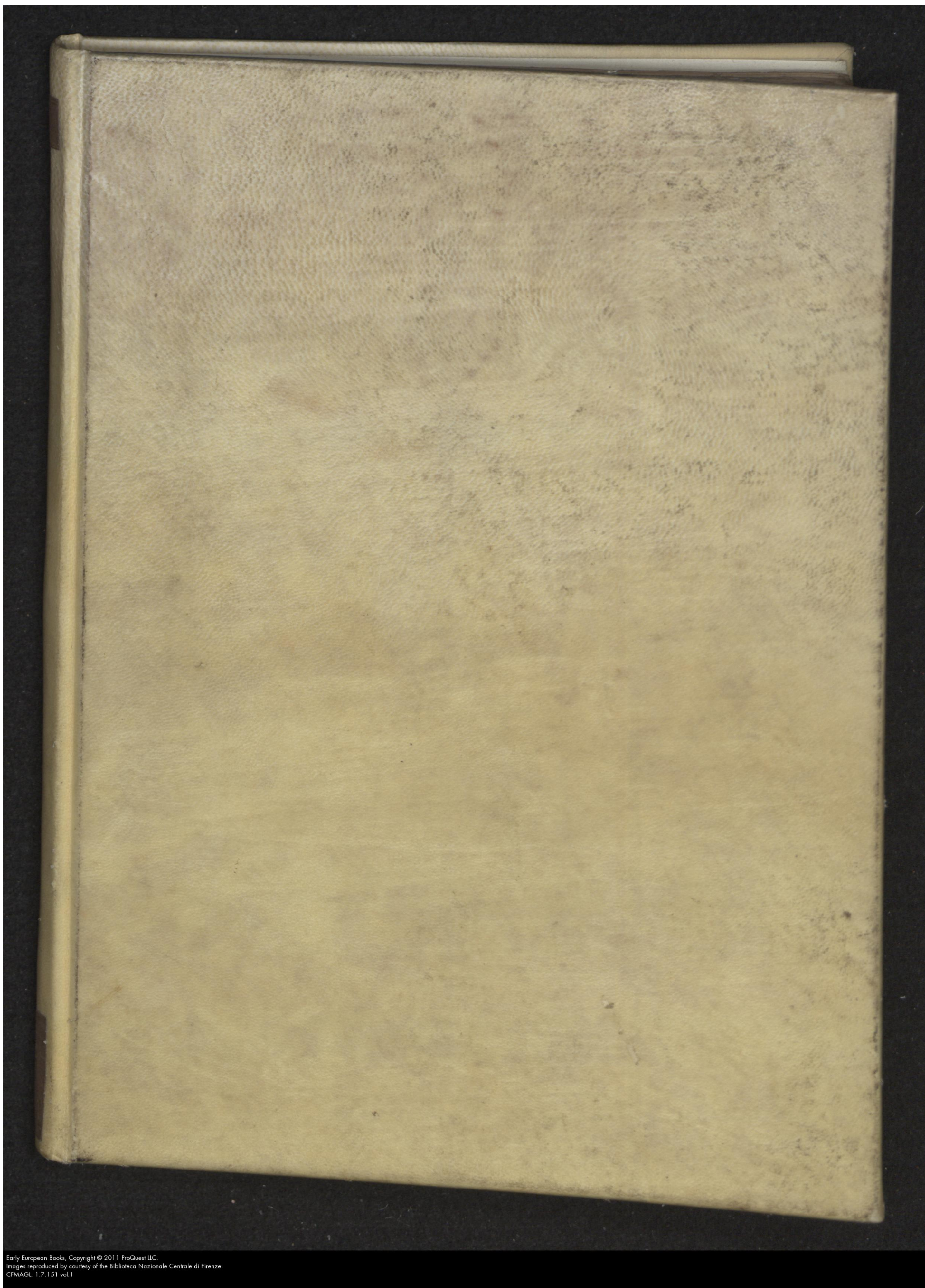
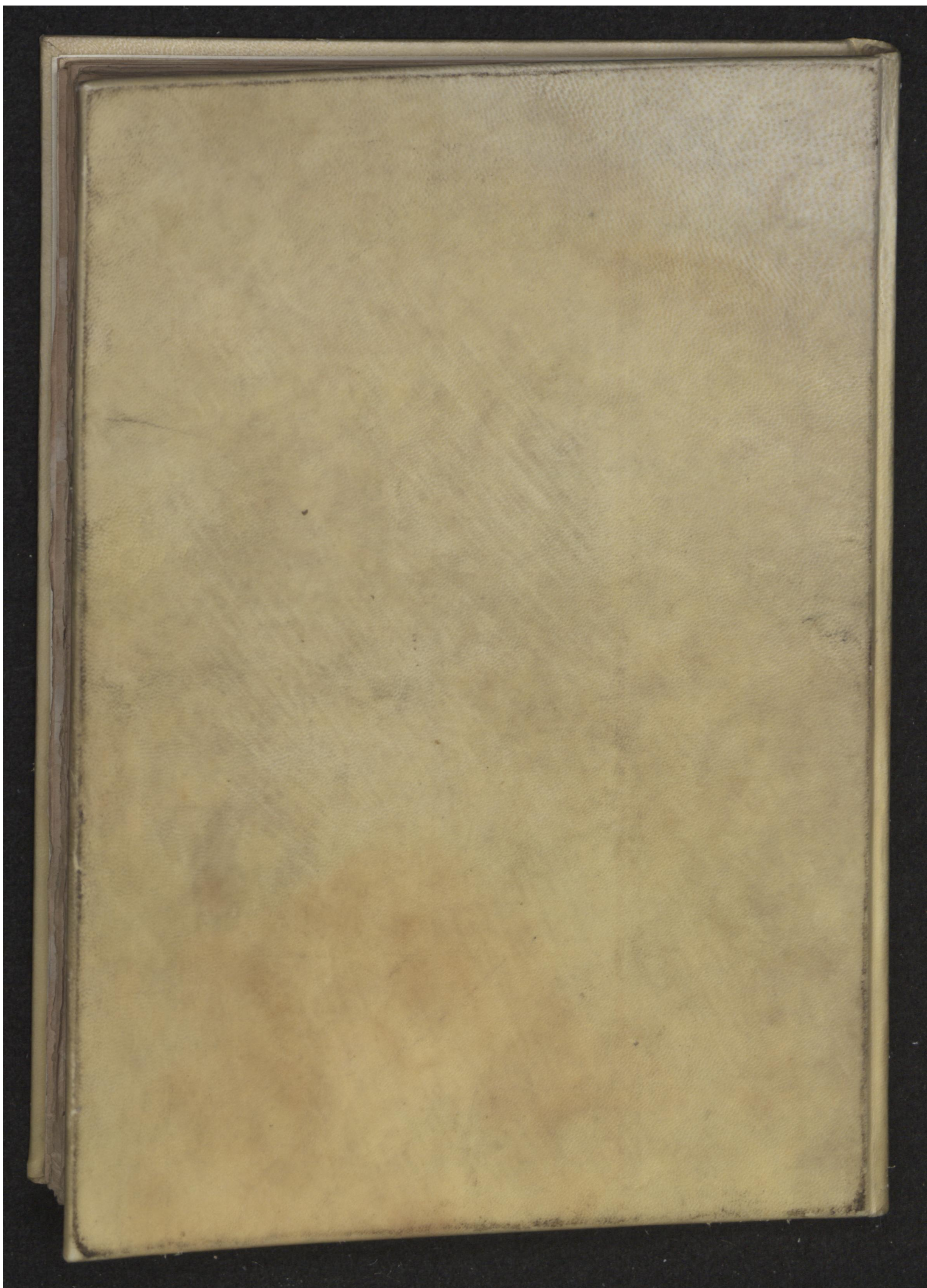



I
1
7
151








Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.7.151 vol.1

AQVARVM FLVENTIVM
MENSVRA
NOVA METHODO INQVISITA

AVCTORE

DOMINICO GVLIELMINO
M. D. Bononiensi
In Patrio Archigymnasio Scientiarum Mathematicarum
Primario Professore,
Et Aquarum Bononiensium Superintendente.

AD

Illustrissimum, atq; Amplissimum

SENATVM
BONONIÆ.





BONONIÆ, ex Typographia Pisariana. M.DC.XC. Superiorum permissu.

Ill.mo atq. Famigeratiss.o Viro D. Antonio Magliabechi S.M.D. Hetruriæ
Bibliothecario
Auctor dono misit

Illustrisimi, atque Amplisimi SENATORES.



Estrum est, quod nunc vestro Nomine inscriptum in lucem prodit Opusculum de *Aquarum Fluentium Mensura* PROCERES ILLVSTRISSIMI. Vestrum inquam est, eo quòd à decennio, me longe alia meditantem, ad hæc studia mandatis vestris primi excitastis; Vestrum, quia ante quinquennium collata mihi vestrarum Bononiensium aquarum Præfectura; deinde etiam primi nominis Matheseos Cathedra in famigeratissimo hoc Archigymnasio, eadem & decoro stipendio, & frequenti opportunitate fouistis; Vestrum tandem est; cum ad hos tres primos libros publici iuris faciendos in Patriæ

commodum plurimi Vestrum animos addideritis. Quod ergo tot titulis vestrum est, omni etiam iure vestris sub Auspicijs prodire debuit; ita vt mihi, nec vel pauxillùm, cunctandum fuerit in eligendo hisce laboribus, studijsque meis Patrono, quem non alium esse Fata sanxerunt, nisi ILLVSTRISSIMVM, ATQVE AMPLISSIMVM BONONIÆ SENATVM. Excipite igitur benigno, vt soletis, animo, & vultu hæc mea, qualiacumque nunc vobis offero, conamina, eo solummodo genio instituta, vt Patriæ pro viribus prodessem, & a vobis mihi demandatam Aquarum prouinciam potiori iure administrarem. Valete in æuum duraturi PROCERES ILLVSTRISSIMI, & me, meaque studia, eo, quo flagratis in promouendis scientijs amore, fouere non dedignemini.

DD. VV. ILLVSTRISSIMARVM

Bononiæ Kal. Augusti 1690.

Humillimus Addictiss. & Obsequentiss. Seruus, & Cliens

Dominicus Gulielminus.

Lector

Lectori Beneuolo.



VM primùm Aquarum Fluentium Mensuram *nouisse animus fuit, id præstiti, quod solemne omnibus est, vt Auctorum libros, quotquot potuerim, hanc Spartam exornantium, auido ingenio lustrarem, & eorum methodum, ac demonstrationes nanciscerer; parùm tamen in ijs euoluendis laboraui, cum mole parua volumina, numero pauca non diu ingenium fuerint remorata. Quod tamen non effecit librorum moles, & numerus, abundè suppleuit difficultas, & magnitudo argumenti ab Auctoribus vix delibati, & solummodo circa generalia quædam hactenus demonstrati. Antecellit siquidem omnes, vt eruditis compertum est, æternæ memoriæ dignus P. Benedictus Castellus, vtpote qui primus, Geometria in subsidium vocata, velocitatis rationem ad certam normam, & regulas redigendam in mensurandis aquis fluentibus animaduertit, pluresquè de ea propositiones exposuit, & demonstrationes concinnauit. Sed bina in eius Tractatu dubia occurrere. Primum fuit, quòd cum constet, non vnam, & sibi vbique similem esse in omnibus aquæ fluentis partibus, velocitatem; hærebam, cuinam ex his demonstrationes applicandæ essent; & licèt facilè fuerit internoscere, ex omnibus velocitatibus mediam quamdam componendam esse, eodem pacto, quo ex inæqualibus Planetarum motibus Astronomi medium, & æqualem colligunt; adhuc tamen maior inerat difficultas in recta mediæ velocitatis determinatione, quam impossibile penitus censui ex Castellianis demonstrationibus elicere. Accedebat erronea velocitatis superficiei ad reliquas inter fundum, & superficiem applicatio, & lubrica eiusdem inquisitio, quibus omnibus factum est, vt nihil certi, nihil veri indè posset deduci.*

Alterum dubium, quod & alijs negotium facessit, fuit in-

pro-

propositione secunda secundi libri, cuius demonstrationem non adinuenisse, aut saltem ei non acquicuisse, ingenuè fatetur subtilissimus Auctor. Hanc autem, cum aliorum tentamina minùs placerent, demonstrare aggressus fueram, sed statim vidi, rem eò tendere, vt proportionem velocitatis inuolueret, quam Aqua e vasis erumpens ex maiori altitudine nanciscitur, de qua Torricellius, Ballianus, & alij, quæ cum propositione Castelli nullo modo potèst conuenire. Hinc in vasis, aquæductibus, canalibus &c. experimēta cœpi instituere, vt certior fierem, an velocitates crescerent in ratione altitudinum, an vero in subduplicata earundem; & in vasis quidem hanc vltimā certò deprehendi; licèt in canalium sectionibus summa ab vtraque aberratio contingeret, quod certum fuit argumentum, velocitatem sæpè sæpius aliunde deriuare, quàm ab aquæ in sectionibus altitudine.

Additus igitur animus est, vt Doctrinam totam, ab ouo, vt aiunt exordirer, measque tentarem vires, quò difficile hoc argumentum in Scientiarum additamentum, & Vitæ ciuilis commodum promouerem. Itaque cum mihi videar magnis omnino ausis hucusque non excidisse; statui literario orbi communicare, quæ de Aquarum Fluentium Mensura *pluribus abhinc annis meditatus sum, quæque mihi videor ad Geometricam incudem reduxisse.*

Ea autem pluribus complexus sum libris, quorum tres priores publica luce nunc fruuntur, reliquis iudicium, de his, tuum, & diuturniores cogitationes expectantibus; vt aliquando, si Deus dederit, & ipsi e tenebris euoluantur. Cæterum monitum te volo, Lector humanissime, me Aquarum fluentium mensuram consultò primis hisce tribus libris in summa simplicitate considerasse, vt indè certas Naturæ leges colligerem, quibus ad vlteriora progredi liceret, pluresque canalium, & fluminum affectiones inter suppositiones inducere, quod reliquis libris præstabo; vnde hi non statim, tamquam inutiles, reijciendi erunt ex eo, quòd tales, quales in secundo, & tertio

libro

libro suppono canales, vt plurimùm, in Natura non dentur, cum ex his via sternatur, meo quidem iudicio, apertissima, qua ad Aquæ fluentis mensuram, in vulgaribus fluminibus, assequendam, deducamur. Hinc primo libro generalem doctrinam velocitatis, tum simplicis in vnica linea, tum compositæ in vnica superficie, & vno solido, complexus sum, eo quòd cum per diuersa accidentia fiat, vt in eadem sectione diuersæ perpendiculares, diuersas habeant velocitates; possit vnaquæque ex istis seorsim considerari, & ex earum vnione media quædam totius sectionis velocitas componi. Quo quidem progressu, & omnes ferè propositiones Castelli, alia tamen, & vt censeo, faciliori methodo demonstraui, & fundamentum ostendi, quo nititur mensura proportionalis aquarum fluentium, quam Baraterius suis numeris, vt ipse vocat, latiquadris exprimit, licèt eorum confectio ex falso Castelli supposito erronea sit. In secundo autem libro Aquarum Fluentium Mensuram, *eamque absolutam in Canalibus inclinatis, & in tertio in Canalibus horizontalibus, tam solitarijs, idest simplicibus, quàm vnitis, idest ex aliorum similium horizontalium confluentia aquam recipientibus, inquisiui, vt quoniam fieri nequit, vt per datam sectionem maior fluat Aquæ quantitas, quàm per Canale inclinatum integra descensu velocitate, neque minor, quàm per Canale horizontale sola velocitate a pressione; saltem mensura haberetur inter duos certos terminos media, quorum primum excedere non posset, sicuti ab altero non defficere.*

Methodum exponēdi, quod spectat, ea me fatente varia est, sed fortasse non inconcinna; primo siquidem libro fusior fui, & laxior, quàm sublimiorum ingeniorum dignitas exposceret, tam in multiplicandis propositionibus, & demonstrationibus concinnandis, quàm in citandis marginaliter Elementorum propositionibus: id tamen prestiti, vt facilitati consulerem, & vt vulgarium Hydrometrarum ingenio me accomodarem, quorum in Geometricis cognitio Euclidiana Elementa, vt plu-

rimum,

rimùm, non excedit, vt si aliorum librorum compotes esse non possent, saltem huius vsu, & vtilitate non fraudarentur. In reliquis autem, cum materiam eorundem captum excedere animaduerterem, pressior fui, & contractior, mecum ipse meditans Eruditiores Mathematicos alloqui, quibus plurima, quãuis vulgò ignota; attamen vulgaria esse solent. Et hæc quidem methodus semper mihi probanda visa est, vt sicuti a facilioribus inchoandum, & ex his ad difficiliora progrediendum, ita primò quidem plana sit, licèt fusior demonstrandi ratio, deinde sensim contractior, tum ad euitandam nimis noxiam prolixitatem, tum ne ingenia nimiæ facilitati assueta, respuãt difficiliora.

Beneuole igitur Lector his fruere, dum in reliquis libris tibi parandis laboro, eo etiam animo, vt vniuersaliter ad fluidorum motum, tum naturalem, tum violentum, etiam extra Mathematicos fines, vsque videlicet ad Medicæ Artis penetralia, si ingenium, & tempus suppetet, meditationes has meas traducam; cum a iugi fluidorum animati corporis motu, & vitam ipsam, & functiones, & læsiones, & medelas, maximã partem pendere, Recentiorum Anatomicorum inuenta, & rationes abundè persuadeant. Apparebit siquidem, quantùm halucinentur Matheseos, & Anatomes, vtilissimarum, tam ad Theoricam, quàm ad Practicam Medicinam Artium detrectatores; cum nihil ex his inutile, nihil superuacaneum, sed ex ijsdem, & ex perenni symptomatum, & consequentium accidentium obseruatione, quam nemo non prosequitur, Medicæ, siue, vt aiunt Clinicæ Artis fundamenta, & præcepta consistãt, sitque, vel solo hoc nomine, infælix Medicina, quòd eam faciẽtes, intra nimis arctæ doctrinæ limites contineantur, eosque vlteriùs extendere, vel non valeant sæpius, vel negligant. Ignosce, Lector humanissimè, sinceritati, conculcatarum iniuria artium vindicatrici, & Vale.

LIBER

LIBER PRIMVS
In quo Generalis Doctrina velocitatis proponitur.

DEFINITIONES.

I. AQuam fluentem eam intelligimus, quæ propriæ tantùm grauitatis momento per alueos fluminum, vel canalium versus centrum grauium descendit.

II. Sectio fluminis naturalis est communis sectio Aquæ fluentis cum plano orthogonaliter secante fundum fluminis, & vtramque fluminis ripam, quæ, cum vtplurimum varia sit, nec ad regulam reducibilis; ideo --

III. Sectio artificialis fluminis intelligatur quasi facta in flumine, cuius fundus per transuersum horizontalis sit; ripæ autem & inter se parallelæ, & fundo erectæ, quæ sectio semper erit parallelogramum rectangulum.

IV. Altitudo viua aquæ fluentis, seu sectionis est linea perpendicularis à superficie aquæ ad basim sectionis taliter dispositam demissa, vt cessante fluxu, nihil in ea stagnantis aquæ remanere possit, quæ & vnico nomine vocetur perpendicularis.

V. Velocitas naturalis aquæ fluentis est vis non ab extrinseco aliquo conciliata, qua mediãte pars aliqua aquæ apta est determinatum spatium certo tempore percurrere, cumque hæc varijs in partibus magis, aut minùs remotis à superficie varia sit, ideo --

VI. Velocitas maxima erit illa, qua mediante partes aliquæ aquæ sunt aptæ longiorem viam respectu reliquarum certo tempore percurrere, seu quæ alias velocitates in eadem perpendiculari existentes superat.

VII. Velocitas verò media ea eſt, quæ cum ſit in aliqua parte aquæ eiuſdem perpendicularis talis eſt, vt ſi eâ fluerent ſuperiores, & inferiores, æqualis aquæ menſura flueret per illam perpendicularem, ac fluat inæqualibus exiſtentibus velocitatibus; ſeu illa eſt, quæ à maioribus velocitatibus tantò ſuperatur, quantò ea ſuperat minores.

Pro quarum definitionum clariori intelligentia ſupponatur recta perpendicularis AB taliter demerſa infra ſuperficiem aquæ fluentis, vt punctum A ſit in ſuperficie, *Fig. 1.* punctum vero B in fundo. Partes aquæ inter A, & B diuerſas habent velocitates, vt experientia conſtat, Noſque ſuo loco oſtēdemus; in ſuperficie enim minores ſunt, quò verò remotiores à ſuperficie ſemper maiores: itaq; ſi huiuſmodi velocitates rectis lineis exprimantur, erit BC velocitas partis aquæ ſitæ in B, DE velocitas aquæ in D, & ſic deinceps; cumque BC maxima ſit linearum BC, DE, FH, GI; ipſam BC dicemus maximam velocitatem. Velocitatem vero mediam dicimus v. g. lineam FH, ſi ea talis ſit, vt ſi omnes partes aquę fluentes per AB haberent velocitatem æqualem velocitati FH, tantumdem aquæ flueret per AB tempore, quo B fertur in C, ac fluat eodem tēpore diuerſis exiſtentibus velocitatibus BC, DE, FH &c. ſeu ſi velocitas FH ſupponatur ſuperari à ſingulis velocitatibus inter F, & B exceſſu HMC; æquali exceſſu ſuperet illa velocitates inter A, & F. v.g. exceſſu KLH.

VIII. Complexus velocitatum eſt vnio omnium velocitatum exiſtentium in ſingulis aquæ partibus ſitis in eadem perpendiculari, vel ſectione, vt in ſuperiori figura complexus velocitatum perpendicularis AB, eſt figura ABCHK.

IX. Sectiones æquè veloces ſunt illæ, in quibus velocitates mediæ æquales ſunt; ideſt per quas aqua fluit æquali velocitate media.

X. Sectiones inæqualiter veloces ſunt, quarum veloci-

ta-

tates mediæ vna alteram ſuperat, quarum quidem ea velocior dicitur, cuius velocitas media alteram ſuperat, & e contra.

XI. Aquæ quantitatem intelligimus molem aquæ totã, quæ per datam ſectionem dato tempore effluxit.

XII. Quæ diximus de ſectionibus æqualiter, vel inęqualiter velocibus, applicanda sũt etiã perpendicularibus; ſicuti quæ diximus de complexu velocitatum in perpendicularibus, applicanda ſunt proportionaliter ſectionibus; quod etiam dicendum de velocitatibus maximis, medijs, &c. quæ applicandæ ſunt ſectionibus.

AXIOMATA.

I. IN eadem ſectione artificiali quælibet perpendicularis eandem habet, vel æqualem velocitatem maximam, mediam, minimam &c. ſeclusis impedimentis contactus, adhæſionis, & extrinſecis quibuſcumque.

II. Velocitates diuerſæ inter ſe comparandæ sũt per relationem ad ſpatia, quæ poſſunt eodem, vel æquali tempore percurrere motu æquabili.

POSTVLATA.

I. DAta quacumque quantitate poſſe eam intelligi conformatam in quamlibet figuram eiuſdem gẽneris, v.g. figuram planam, in triangulum, rectangulum &c. ſolidam, in priſma, pyramidem &c. eiuſdem dimenſionis.

II. Datis quibuſcumque quantitatibus, eas poſſe poni ſub oculum per rectas habentes inter ſe eandem proportionem, quam dictæ quantitates.

PROPOSITIO I.

FLumine in eodem ſtatu manente æquales aquæ quãtitates fluunt per omnes eiuſdem ſectiones æqualibus temporibus.

Fig. 2. Sint duæ ſectiones A D, E H eiuſdem fluminis. Dico quantitatem aquæ fluentis per AD æqualem eſſe quantitati aquæ fluentis per E H æquali tempore.

Si enim maior aquæ quãtitas flueret per AD, quàm per EH, flumen inter A, & E continuò creſceret, quod eſt cõtra ſuppoſitum; ſi vero minor flueret per AD, ac per E H, flumen inter A,& E continuò decreſceret, quod pariter eſt contra ſuppoſitum; ſi ergo nec maior, nec minor quantitas fluit per A D, ac per E H; æqualis vtrobiquè fluit. Quod erat probandum.

PROP. II.

SI aqua fluens per aliquam ſectionem vel perpendicularem dato tempore, intelligatur conformata in priſma rectum, cuius baſis ſit ſectio; altitudo priſmatis erit velocitas media eius ſectionis.

Fig. 2. Sit ſectio A D, ſuper quam, tamquam baſim intelligatur conformata quantitas aquæ fluentis per eam dato tempore, in priſma rectum C F. Dico altitudinem AE, eſſe velocitatem mediam ſectionis A D.

Si enim omnes partes aquæ intra rectangulum A D æquali fluerent velocitate, dum pars C, fertur in G pars A ferretur in E, B in F, D in H, & partes quælibet rectanguli AD, ad ſibi correſpondentes partes, rectanguli E H; ideoque, ſi omnes velocitates ſectionis AD eſsẽt inter ſe æquales aqua naturaliter ſe conformaret in priſma C F; ſed priſma C F æquale eſt aquæ fluẽti diuerſis velocitatibus per

ſe-

ſectionem A D; ergo per eandem ſectionem æqualis aquæ quantitas flueret velocitate A E, vel C G, ac fluat diuerſis velocitatibus eodem tempore, ideoque A E altitudo priſmatis erit velocitas media. Quod &c. *Def. 4. huius.*

Idem oſtendetur de aqua tranſeunte per perpendicularem AC, ſi intelligatur conformata in rectangulum AG.

PROP. III.

IN ſectionibus eiuſdem fluminis velocitates mediæ ſunt in proportione reciproca ſectionum.

Sint ſectiones A D, IM. Dico, vt velocitas media ſectionis I M ad velocitatem mediam ſectionis AD, ita eſſe ſectionem A D ad ſectionem I M, *Fig. 2. & 3.*

Intelligantur quantitates aquæ fluxæ æquali tempore per vtramque ſectionem, conformatæ in priſmata recta, quorum baſes propria ſectio; ſitque primæ priſma A H, ſecũdæ priſma I N. Quoniam itaque eodem tempore æqualis aquæ quantitas fluit per AD, ac per I M, erunt priſmata A H, I N æqualia; ſed priſmata æqualia reciprocant baſes, & altitudines; ergo vt AD ad I M, ita I P ad AE; ſed I P eſt velocitas media ſectionis I M, & A E velocitas media ſectionis AD; ergo vt velocitas media ſectionis IM ad velocitatem mediam ſectionis AD, ita ſectio A D ad ſectionem IM. Quod &c. *Prop. 1. huius. Prop. 29. xj. Elem. Prop. 2. huius.*

COROLLARIVM.

EX hac propoſitione patet etiam eiuſdem conuerſum .v. quòd ſi ſectiones, & velocitates mediæ earundem inter ſe habeant rationem reciprocam, quantitates aquæ erunt inter ſe equales; priſmata enim, quæ reciprocant baſes, & altitudines, inter ſe ſunt æqualia. *Prop. 30. XI. Elem.*

Per

PROP. IV.

PEr ſectiones inæquales, ſed æquè veloces, quantitates aquæ fluentes æquali tempore ſunt inter ſe, vt ſectiones.

Fig. 2. & 3. Sint ſectiones inæquales A D maior, I M minor; ſint verò velocitates mediæ vtriuſq; ęquales. Dico, vt ſectio AD ad ſectionem IM, ita eſſe quantitatem aquæ fluentem per A D ad quantitatem fluentem per I M æquali tempore.

Intelligantur quantitates Aquæ conformatæ in priſmata ſupra ſuas ſectiones, & ſit primæ priſma C F, ſecundæ vero priſma M P. Erunt itaque A E velocitas media ſectionis A D, & I P velocitas media ſectionis I M. & quoniam ſectiones ſupponuntur æquè veloces erunt A E, IP inter ſe æquales; ideoque priſmata C F, M P æquè alta: Sed priſmata æquè alta inter ſe ſunt, vt baſes, ergo vt A D ad I M, ita priſma C F ad priſma MP .i. vt ſectio AD ad ſectionem I M, ita quantitas aquæ fluentis per A D, ad quãtitatem aquę fluentis ęquali tẽpore per IM. Quod &c.

Prop. 2. huius. Def. 9. huius. Prop. 32. XI. Elem.

COROLLARIVM I.

ITaque ſi ſectiones ſint artificiales, & eiuſdem altitudinis, ſed inæqualis latitudinis; quantitates aquæ erunt inter ſe, vt latitudines ſectionum.

Prop. 1. VI. Elem.

COROL. II.

ET ſi dictæ ſectiones eiuſdẽ eſſent latitudinis; inæqualis vero altitudinis; quantitates aquæ eſſent, vt altitudines, ſuppoſita tamen eadem velocitate media in vtraque ſectione.

Per

PROP. V.

PEr ſectiones æquales, ſed inæqualiter veloces, quantitates aquæ fluentes æquali tempore inter ſe ſunt, vt velocitates mediæ ſectionum.

Sint ſectiones æquales A D, I M, ſed ſectio A D ſit minùs velox ſectione IM. Dico quantitatẽ aquæ fluẽtem per A D ad quantitatem aquæ fluentem per I M æquali tempore, eſſe vt velocitas media ſectionis AD, ad velocitatem mediam ſectionis I M. *Fig. 2. & 3.*

Conformentur aquæ, vt ſupra, in priſmata C F, KO; & quoniã æquales ſunt ſectiones AD, IM, erunt priſmata CF, KO in baſibus çqualibus, ſed priſmata in æqualibus baſibus conſtituta inter ſe ſunt, vt altitudines; ergo vt priſma C F ad priſma KO, ita altitudo AE ad altitudinem IP; ſed priſma C F eſt aqua fluens per ſectionem AD, & priſma KO eſt aqua fluens per ſectionem I M, & altitudo AE velocitas media ſectionis A D; altitudo vero I P velocitas media ſectionis I M; ergo vt quantitas aquæ per A D, ad quantitatem per I M, ita velocitas media ſectionis A D, ad velocitatem mediam ſectionis I M . Quod &c. *Comand. de Centro Grau. prop. 20.* *Prop. 2. huius.*

COROLLARIVM.

EX methodo, qua ſuperiores propoſitiones probauimus liquidò apparet, ſi quantitates aquæ æquales ſint, & ſectiones, a quibus profunduntur æquè veloces; futurum vt eędem quoque ſint æquales.

COROL. II.

ET ſi quantitates aquæ æquales ſint, & ſectiones æquales; fore etiam æquè veloces.

Per

PROP. VI.

PEr ſectiones eiuſdem, vel diuerſorum fluminum quantitates aquæ eodem tempore fluentes habent inter ſe rationem compoſitam ex proportionibus ſectionis ad ſectionem, & velocitatis mediæ primę ſectionis, ad velocitatem mediam ſecundæ.

Fig. 2. & 3. Sint ſectiones AD, IM. Dico quantitatem aquæ fluentem per AD ad quantitatem aquæ fluentem per IM æquali tempore habere rationem compoſitam ex proportione ſectionis A D ad ſectionem I M, & velocitatis mediæ ſectionis A D ad velocitatem mediam ſectionis I M.

Prop. 2. huius. Comand. de centro grau. propoſ. 21. Intelligantur enim quantitates aquæ conformatæ in priſmata recta C F, K O. Erit itaque A E velocitas media ſectonis A D, & I P velocitas media ſectionis I M. Cum igitur priſmata omnia habeant rationem compoſitam, ex rationibus baſium, & altitudinum; erit ratio priſmatis C F ad priſma K O compoſita ex rationibus baſis, ſeu ſectionis A D ad baſim, ſeu ſectionem IM, & altitudinis AE, ſeu velocitatis mediæ ſectionis AD ad altitudinem I P, ſeu velocitatem mediam ſectionis I M; ſed priſma C F eſt quantitas aquæ fluentis per A D, & priſma K O eſt quantitas aquæ fluentis per ſectionem I M; ergo aqua fluens per A D ad aquam fluentem per I M habet rationem compoſitam ex rationibus ſectionis A D ad ſectionem I M, & velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediam per IM. Quod &c.

COROL.

Comand. ad prop. 24. VI. Elem. CVm vero ſectiones A D, I M, vtpote rectangula, habeant rationem compoſitam ex rationibus A C ad I K, & C D ad KM, ſequitur quantitatem aquæ fluentem per ſectionem A D ad quantitatem aquæ fluentem æquali tem-

tempore per ſectionem I M habere rationem compoſitam ex rationibus altitudinis ſectionis primæ A D ad altitudinem ſectionis ſecunde I M, latitudinis ſectionis A D ad latitudinem ſectionis I M, & velocitatis mediæ per A D ad velocitatem mediam per I M.

SCHOLIVM.

EX hac propoſitione vniuerſali ſequitur veritas propoſitionis quartæ, & quintæ, quas tamen cõſultò ſeorſim demonſtrauimus, nè nimia corollariorum faragine Lectores, vel ipſo initio, obrueremus.

PROP. VII.

SI flumen augmento nouæ aquæ intumeſcat; quantitas aquæ fluentis in intumeſcentia ad quantitatem aquæ fluentem ante intumeſcentiam æquali tempore, rationem habet compoſitam ex rationibus velocitatis mediæ ante intumeſcentiam ad velocitatem mediam in intumeſcentia, & altitudinis ante intumeſcentiam ad altitudinem in intumeſcentia.

Sit flumen, cuius ſectio ante intumeſcentiam ſit AD, & augmento nouæ aquæ intumeſcat vſque ad EF, ita vt fiat ſectio ED. Dico quantitatem aquæ fluẽtem per ſectionem A D ad quantitatem aquæ fluentem per ſectionem ED, habere rationem compoſitam ex rationibus velocitatis mediæ ſectionis AD ad velocitatem mediam ſectionis E D, & altitudinis AC ad altitudinem E C. *Fig. 4.*

Ratio enim quantitatis aquæ per A D fluentis ad quãtitatem aquæ per ED fluẽtis æquali tempore, componitur ex rationibus velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediam per ED, & ſectionis AD ad ſectionem ED; ſed ſectio A D ad ſectionem ED eſt, vt AC ad CE; ergo quanti- *Prop. 6. huius.*

tas aquæ fluens per AD ad quantitatem aquæ fluentem æquali tempore per ED est composita ex rationibus velocitatis mediæ per AD ad velocitatem mediam per ED, & altitudinis AC ad altitudinem EC. Quod &c.

SCHOL.

HÆc propositio locum non habet, nisi in sectionibus artificialibus; naturales enim vt plurimum non habent inter se rationem altitudinum; omnes verò anteactæ propositiones verificantur etiam in sectionibus naturalibus .I. pro facilitate demonstrationis sectiones artificiales supposuerimus; in sequentibus verò propositionibus, sectiones semper necessariò supponuntur artificiales.

PROP. VIII.

IN eodem flumine velocitas media vnius sectionis ad velocitatem mediam alterius habet rationem compositam ex rationibus altitudinis viuæ in secunda sectione ad altitudinem viuam primæ, & latitudinis secundæ sectionis ad latitudinem primæ.

Sint sectiones AB, DE eiusdem fluminis, in quibus AG, DH sint altitudines viuæ, & GB, HE latitudines; sitq; velocitas media sectionis AB linea BC; velocitas verò media sectionis DE linea EF. Dico BC ad EF habere rationem compositam ex rationibus DH ad GA, & HE ad GB.

Quoniam enim æqualis aqua fluit per vtramque sectionem AB, DE; erit vt velocitas BC ad velocitatem EF, ita sectio DE ad sectionem AB; sed ratio sectionis DE ad AB est composita ex rationibus DH ad GA, & HE ad GB; ergo velocitas BC ad velocitatem EF erit in ratione composita ex rationibus DH ad GA, & HE ad GB. Quod &c.

Prop. 1. huius. *Prop. 3. huius.* *Com. ad prop. 24. VI. Elem. Theor. 2.*

In

PROP. IX.

IN eodem flumine altitudo viua aquę vnius ſectionis ad altitudinem viuam aquæ alterius ſectionis, habet rationem compoſitam ex ratione latitudinis ſecundæ ſectionis ad latitudinem primæ, & velocitatis mediæ ſecundæ ſectionis ad velocitatem mediam primæ. *Fig. 2. & 3.*

Sint ſectiones eiuſdem fluminis AD, IM, quarũ altitudines viuæ ſint AC, I K, & latitudines C D, KM. Dico AC ad I K habere rationem compoſitam ex rationibus velocitatis mediæ ſectionis I M ad velocitatem mediam ſectio. nis A D, & latitudinis KM ad latitudinem C D.

Supponantur enim quantitates æquali tempore fluentes per vtramque ſectionem conformatæ in conſueta priſmata CF, KO; Erunt itaque priſmata CF, KO æqualia, eruntque C G, KQ velocitates medię ſectionum AD, IM, ſed priſmata æqualia reciprocant baſes, & altitudines; ergo vt altitudo AC ad altitudinem I K, ita baſis KN ad baſim CH; ſed baſis KN ad baſim C H eſt in ratione compoſita ex rationibus KM ad C D, & KQ ad C G; ergo proportio A C ad I K erit compoſita ex rationibus K M ad C D, & K Q ad C G, ideſt altitudo AC ad altitudinem I K habebit rationem compoſitam ex rationibus velocitatis medię ſecundæ ſectionis I M ad velocitatem mediam primæ ſectionis AD, & latitudinis K M ſecundæ ſectionis ad latitudinẽ C D primę. Quod &c. *Prop. 1. huius* *Prop. 2. huius.* *Prop. 29. XI. Elem.* *Com. ad prop. 24. VI. Elem.*

COROL.

EX progreſſu huius propoſitionis patet, quòd ſi latitudines ſectionum C D, KM accipiantur pro altitudinibus priſmatum; erit proportio latitudinum C D, KM compoſita ex rationibus IK ad C A, & KQ ad CG .i. latitudo

B 2 pri-

primæ ſectionis ad latitudinem ſecundæ; erit in ratione compoſita ex rationibus velocitatis mediæ ſecũdæ ſectionis ad velocitatem mediam primæ, & altitudinis viuæ ſecundæ ſectionis ad altitudinem viuam primæ.

COROL. II.

PAtet etiam, quòd anteactę duæ propoſitiones non ſolum habent locum in ſectionibus eiuſdem fluminis, ſed & diuerſorum; dummodo æqualibus temporibus per ipſas tranſeant æquales aquæ quantitates.

PROP. X.

Fig. 5. & 6. SI vnius fluminis aqua aliud flumen ingrediatur; altitudo, quam habet aqua primi fluminis, vel alia ipſi mole æqualis in ſecundo flumine ad altitudinem, quam habebat in proprio alueo, rationem habet compoſitam ex rationibus velocitatis, quam habet in ſecundo flumine ad velocitatem, quam habebat in proprio alueo, & latitudinis ſecundi fluminis ad latitudinem proprij aluei.

Sit ſectio primi fluminis influẽtis AB, cuius altitudo AG latitudo GB, & velocitas media BC; ſit verò DH altitudo, quam habet in ſecundo flumine aqua influens; latitudo verò ſecundi fluminis HE; ideoque DE ſectio, per quam tranſit aqua primi fluminis, dum fluit per ſecundum flumẽ, eiuſque velocitas EF. Dico altitudinẽ AG ad altitudinem DH habere rationem compoſitam ex rationibus velocitatis EF ad velocitatem BC, & latitudinis HE ad latitudinem GB.

Prop. 9. huius. Cum enim ęquales quantitates aquæ fluant per ſectiones AB, DE; erit AG ad DH in ratione compoſita ex rationibus EF ad BC, & HE ad GB. Quod &c.

Ad-

SCHOLIVM.

ADuertendum eſt, dum dicimus AG ad DH habere aſſignatam rationem, nos non intelligere FH pro augmento facto in flumine per additionem nouæ aquæ; non enim AG ad augmentum factum in flumine eam ſemper habet rationem, quam habet ad DH, ſed ſæpius maiorem, vt ſuo loco patebit.

COROL.

EX hac propoſitione, & octaua manifeſtum fit, velocitatem mediam, quam habebat aqua fluminis influentis in proprio alueo ad velocitatem mediam, quam habet in ſecundo flumine, habere rationem compoſitam ex rationibus latitudinis ſecundi fluminis ad latitudinem primi, & altitudinis, quam habet in ſecundo flumine ad altitudinem, quam habebat in proprio alueo.

PROP. XI.

SI complexus velocitatum alicuius perpendicularis cõformetur in rectangulum ſupra perpendicularem tamquam baſim; erit altitudo rectanguli velocitas media eius perpendicularis.

Sit perpendicularis AB, cuius velocitatum naturalium complexus contineatur figura ABCK, ſitque huiuſmodi figura conformata in rectangulum BL, ita vt baſim habeat AB. Dico eius altitudinem AL eſſe velocitatem mediam perpendicularis AB. Latus enim LM partim erit intra figuram ABCK, partim extra, vt de ſe patet; alias vel rectangulum maius eſſet figura, vel minus; ſecabit ergo lineam KC in aliquo puncto v. g. H, per quod ducatur HF paral- *Fig. 12*

lε-

lela altitudini AL. Quoniam igitur rectãgulum BL æquale est ABCHK; si auferatur pars cõmunis ABMHK, erit figura KHL æqualis figuræ MHC; sed KHL est excessus velocitatum, quo FH vna ex velocitatibus inter A,& B superat velocitates inter A, & F, & MHC est excessus velocitatum, quo eadem FH superatur a velocitatibus inter F, & B; ergo velocitas FH tantò superatur a velocitatibus inter F, & B, quantò ea superat velocitates inter F, & A; ideoque erit FH velocitas media perpendicularis AB; sed FH est æqualis AL; ergo & AL erit velocitas media eiusdem perpendicularis AB. Quod &c.

Def.4. huius.

COROL.

QVoniam rectangulum BL est, ex constructione, ęquale complexui velocitatum naturalium aquæ in perpendiculari AB; poterit & idipsum assummi tamquam complexus velocitatum eiusdem perpendicularis.

PROP. XII.

COmplexus velocitatum alicuius perpendicularis ad complexum velocitatum alterius, habet rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ primæ perpendicularis ad velocitatem mediam secundæ, & perpendicularis primæ ad perpendicularem secundam.

Fig. 7.& 8.

Sint perpendiculares AB, CD. Dico complexum velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum perpendicularis C D habere rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ perpendicularis AB ad velocitatem mediam perpendicularis CB, & AB ad CD.

Conformentur enim complexus velocitatum perpendicularium A B, C D in rectangula BE, DF; quorum bases AB, CD; erit ergo rectangulum BE complexus velocitatum

tum perpendicularis AB, & DF complexus velocitatum perpendicularis CD; sed rectangula BE, DF habent inter se rationem compositam ex rationibus AE ad CF, & AB ad CD; sunt autẽ AE velocitas media perpendicularis AB, & CF velocitas media perpendicularis CD; ergo complexus velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum perpendicularis CD, habet rationem compositam ex rationibus velocitatis mediæ AE ad velocitatem mediam CF, & perpendicularis AB ad perpendicularem CD. Quod &c.

Comand. ad prop. 24. VI. Elem.

Prop. 11. huius.

COROL. I.

EX hac propositione sequitur, si velocitates mediæ sint æquales, complexus velocitatum inter se habere eandem rationem, quam perpendiculares.

COROL. II.

ET, si perpendiculares sint æquales, complexus velocitatum inter se esse, vt velocitates mediæ.

COROL. III.

ET, si complexus velocitatum duarum perpendicularium sint inter se æquales, velocitates medias earumdem esse in reciproca proportione perpendicularium.

COROL. IV.

ET quoniam rectangula, quæ reciprocant bases, & altitudines inter se sunt æqualia; sequitur, quòd si velocitates mediæ, & perpendiculares inter se sint in ratione reciproca, complexus velocitatum inter se æquales erunt.

In

PROP. XIII.

IN sectionibus æqualem latitudinem habentibus, complexus velocitatum vnius perpendicularis in singulis sectionibus inter se sunt, vt quantitates aquæ per eas sectiones æquali tempore fluentes.

Fig. 4. Sint due sectiones AD, ED eiusdem latitudinis CD, sed inæqualis altitudinis AC, EC,& sit G aqua fluens per AD, & H aqua fluxa per ED æquali tempore;sit deinde I complexus velocitatum perpendicularis AC; L verò complexus velocitatum perpendicularis EC: denique sit M velocitas media sectionis AD, & N velocitas media sectionis ED. Dico vt I ad L, ita esse G ad H.

Prop. 6. *huius.* Quoniam enim ratio G ad H, idest aquarum componitur ex rationibus M ad N, idest velocitatum mediarum, & sectionis AD ad sectionem ED; est autem vt AD ad ED, ita AC ad EC, ratio G ad H erit composita ex rationibus *Prop.* 12. *huius.* M ad N, & AC ad EC; sed ratio I ad L, idest complexuum velocitatum, & ipsa componitur ex rationibus M ad N,& AB ad EB, ergo vt I ad L, ita G ad H. Quod &c.

PROP. XIV.

PEr sectiones quascumque artificiales,quantitates aquę æquali tempore fluentes inter se sunt in ratione composita ex rationibus complexus velocitatum vnius perpendicularis in prima sectione ad complexum velocitatum alterius perpẽdicularis in altera sectione, & latitudinis primæ sectionis ad latitudinem secundæ.

Fig. 7.& 8. Sint sectiones AG, CH. Dico quantitatem aquæ fluentem per AG ad quantitatem aquæ fluẽtem per CH æquali tempore, esse in ratione composita ex ratione complexus velocitatum perpendicularis AB ad complexum velocitatum

tatum perpendicularis C D, & ex ratione latitudinis B C primæ ſectionis ad latitudinem D H ſecundæ ſectionis. *Fig. 7. & 8.*

Sit I quantitas aquæ fluentis per A G, & K quantitas aquæ fluentis æquali tempore per C H; fiatque, vt complexus velocitatum perpendicularis A B ad complexum velocitatum perpendicularis CD, ita L ad M, & vt latitudo B G ad latitudinem D H, ita M ad N; erit ergo proportio L ad N compoſita ex rationibus complexuum velocitatum inter ſe, & latitudinum ſectionum. Sit deinde O velocitas media ſectionis AG, & P velocitas media ſectionis CH. Probandum eſt, vt I ad K, ita eſſe L ad N.

Ratio enim L ad M eſt compoſita ex rationibus AB ad CD, & O ad P ergo ratio L ad N erit compoſita ex rationibus AB ad CD, O ad P, & BG ad DH, ſed iiſdem rationibus AB ad CD, O ad P, & BG ad DH eſt compoſita ratio I ad K; ergo ratio I ad K eadē erit, ac L ad N. Quod &c *Prop. 12. huius. Corol. prop. 6. huius.*

PROP. XV.

Complexus velocitatum duarum ſectionum ſunt inter ſe in ratione compoſita ex rationibus complexus velocitatum vnius perpendicularis in prima ſectione ad complexum velocitatum alterius perpendicularis in altera ſectione, & latitudinis primę ſectionis ad latitudinem ſecundæ.

Sint duæ ſectiones AD, IM, quarū latitudines CD, KM. Dico complexum velocitatum ſectionis AD ad complexum velocitatum ſectionis IM habere rationem compoſitam ex rationibus complexus velocitatum perpēdicularis AC ad complexum velocitatum perpendicularis IK, & latitudinis CD ad latitudinem KM. *Fig. 2. & 3.*

Fiat rectangulū CE æquale complexui velocitatum perpendicularis AC, & intelligatur erectum plano ſectionis AD; ſimiliter conſtituatur alterum rectangulum DF ęqua- *Fig. 2. & 3.*

le complexui velocitatum perpendicularis BD,& intelliga-
tur parallelũ rectangulo CE,& iungantur FE,HG. Et quo-
niam AC,BD perpendiculares in eadem ſectione,ſunt inter
Axiom. 1. huius. ſe æquales, & ipſis pariter æquales quæcumque aliæ; ſe-
quitur, quòd velocitas media perpendicularis AC æqua-
lis ſit velocitati mediæ perpendicularis BD, ideòque li-
neæ BF,AE inter ſe æquales erunt & conſequenter rectan-
gula DF, CE æqualia,& ſimilia inter ſe, & ſimiliter poſita;
ſunt autem & parallela;ergo ſolidum CF erit priſma,cuius
baſis rectangulum CE, altitudo CD,vel AB: & ſi comple-
xus velocitatum omnium perpendicularium inter AC &
BD conformentur in rectangula, erunt cuncta æqualia re-
ctangulo CE,& ſi ponantur parallela rectangulis CE,DF;
eorum rectangulorum,latera homologa lateribus EG,FH
erunt in rectangulo FG, & omnes complebunt priſma CF;
itaque priſma CF erit complexus velocitatum ſectionis
AD. Iiſdem conſtructis in altera ſectione IM oſtendetur
priſma KO eſſe complexum velocitatum ſectionis IM; ſed
priſmata habent rationem compoſitam ex rationibus ba-
ſium, & altitudinum; ergo priſma CF ad priſma KO habe-
Corol. prop. 11. huius. bit rationem compoſitam ex rationibus baſis CE ad baſim
KP, & CD ad KM; ſunt autẽ CE complexus velocitatum
perpendicularis AC, & KP complexus velocitatum per-
pendicularis IK;ergo & complexus velocitatum ſectionis
AD ad complexum velocitatum ſectionis IM erit in ratio-
ne compoſita ex rationibus complexus velocitatum per-
pendicularis AC ad complexum velocitatum perpendi-
cularis IK, & latitudinis CD ad latitudinẽ KM. Quod &c.

COROLLARIVM.

ET quoniam per propoſitionem 14. quantitates aquæ
in diuerſis ſectionibus inter ſe ſunt in ratione com-
poſita ex proportione, quam habent inter ſe complexus
ve-

velocitatum in perpēdicularibus diuerſarum ſectionum, & ex proportione latitudinum earundem, in ſuperiori verò eadem compoſita ratio oſtenſa ſit de complexibus velocitatum in diuerſis ſectionibus; ſequitur quātitates aquæ eſſe inter ſe in eadem proportione, ac complexus velocitatum ſectionum, per quas fluunt; ſeu potius eſſe vnum, & idem complexum velocitatum ſectionis, ac aqua per eam fluens abſtractè ſumpta.

SCHOL.

HÆ vltimæ propoſitiones de complexibus velocitatum, licèt reduci ad antecedentes, aut ſaltem ex ijs immediatè deduci poſſent; adhuc tamen eas hic ſeorſim demonſtrare ſuſcepimus, vt ex conuenientia proprietatū, & paſſionū liquidò appareret connexio, vel identitas, aut ſaltē proportionalitas exiſtens inter complexus velocitatum, & quātitates aquarum, ſiue in ſectione integra, ſiue tantùm in vna perpendiculari conſiderentur; & interim aſueſceret Lector complexus velocitatum pro quantitatibus aquarum aſſumere, cum in ſequentibus libris eorum frequens futurus ſit vſus.

Finis Primi Libri.

LIBER SECVNDVS
In quo proponitur menſura aquarum fluentium in Canalibus inclinatis ſolitarijs.

SVPPOSITIO.


T Doctrinæ detur locus ſupponimus alueos fluminum, ſiue canales, oblonga eſſe vaſa, quorum fundus in eodem ſemper ſit plano, latera vero plana verticalia plano fundi erecta, per quæ aqua fluit, vel poteſt fluere a termino ſublimiori ad humiliorem, eaque non flexuoſa, ſed recta via ad ſuum terminum dirigi.

DEFINITIONES.

I. CAnalis ſolitarius is eſt, qui ab ipſo initio totam ſuam, aquam recipit, quam ad terminum vſque ſui fluxus defert abſq; additione, vel permixtione alterius canalis, vt ſunt illi, qui a ſuis fontibus, vel lacubus totam ſuam aquam hauriunt, quæ aliorum canalium aquis non immeſcetur durante tractu ſui fluxus.

II. Canalis vero vnitus is dicatur, qui a duobus vel pluribus minoribus canalibus inuicem vnitis, quorum vnus in alium influat, ſuam aquam recipit, ſiue vnio in vno tantum loco fiat, ſiue pluribus, vt ſunt flumina, fere omnia, quorum aquæ ex plurium riuulorum confluentia coaleſcunt.

III. Canalis inclinatus is eſt, cuius partes inæqualiter diſtant a centro grauium, aliæ quidem magis, aliæ minus.

IV. Initium canalis intelligo illud punctum ſiue lineam, in

in qua planum inclinatum canalis productum concurrit cum superficie aquæ.

V. Horizontalis ergo per initium alvei illa dicatur, quæ per initium aluei ducitur horizonti parallela.

VI. Horizontalis sectionis est linea, vel planum per fundum sectionis ductum horizonti parallelum.

VII. Angulus inclinationis alicuius canalis est, qui fit a linea horizontali per initium aluei, & a linea directionis canalis.

VIII. Sectiones similes in alueis decliuibus, siue inclinatis illæ dicantur, quæ æqualiter distant ab initio aluei; patet autem has haberi non posse nisi in diuersis canalibus.

IX. Similiter positæ sectiones dicātur, quæ fiunt in alueis æqualiter ad horizontem inclinatis.

X. Lumina sūt foramina variæ figuræ, circularis, quadratæ &c. insculpta in lateribus, vel fundo alicuius vasis, per quæ aqua repleto vase potest fluere.

PROPOSITIO I.

SI a vase aqua pleno educatur aqua per lumina similia, & æqualia, sed inæqualiter intra superficiem aquæ sita, erunt quantitates Aquæ eductæ inter se in subduplicata ratione altitudinum incumbentis Aquæ, dummodo tamen eadem semper perseueret supra lumina æqualis aquæ altitudo.

Hæc propositio per experientiam manifesta est, præter enim aliorum obseruationes præcipuè vero Domini Mariotte, eædem a me repetitæ sunt apud Reuerendissimum Abbatem D. Tadæum de Pepulis anno 1683. die 14. Octobris. In Cœnobio enim Diui Bernardi PP. Oliuetanorum huius Vrbis, præsentia sua fauentibus eodem Reuerendissimo Abbate (cuius memoria semper mihi grato animo recolenda erit, sicuti & mors, licèt post longæuam vitam,

pau-

paulò poſt ſubſecuta perpetuò dolenda) & D.Ioanne Ludouico Donello Philoſophiæ, & Medicinæ Doctore Collegiato in Mathematicis laudabiliter verſato, neceſſitudinis vinculo mihi ſummopere adſtricto, operamque ſuam meis ſtudijs, & experimentis præſtante, alijſque amicis, paratum fuerat Vas cilindricum, cuius altitudo pedum quatuor, baſis verò pedum duorum in diametro, diuiſaque tota altitudine in ſexdecim partes æquales, vni lateri Vaſis totidem circularia foramina inter ſe æqualia fuerant inſculpta. His ſingulis fiſtulæ ligneæ adamuſſim æquales aptatæ, quarum interior cauitas eiuſdem vbìque craſſitiei, & ſummopere læuigata vnciam vnam in diametro ſuperabat, eiſque in parte exteriori laminę æreæ applicatæ, quæ in medio lumen circulare habebant, cuius diameter vnciæ vnius quadrantem æquabat, centro ſuo axi fiſtulæ adamuſſim correſpondens, cæteroquin exterius fiſtulæ foramen exactè obſtruentes. Vaſe deinde aqua repleto, & diſpoſito pendulo, cuius longitudo fuit vnciarum 28. $\frac{5}{7}$ quindecim vibrationum tempore exeuntes aquæ obſeruatæ ſunt. Primo enim ex inferiore fiſtula, cæteris clauſis, aſſerto tempore aqua hauſta fuit vnciarum 123. manente ſuperficie aquæ in vaſe in eadem altitudine; Obſtructa deinde inferiore fiſtula, & aperta ſuperiore, vt aquę altitudo decreſceret tribus vncijs, ceſſante fluxu per ſuperiorem, inferior denuò aperta eſt, & alijs quindecim vibrationibus extracta aqua fuit vnciarum 118. ſicque ſucceſſiuè in alijs, donec deuentum ad altitudinem vnciarum 24. Eò tunc enim cum admodum difficile eſſet aquam in eadem altitudine conſeruare durante toto tempore fluxus inferior fiſtula clauſa eſt, & vaſe denuò aqua repleto, ea aperta fuit, quæ 24. vncias infra ſuperficiem aquæ erat demerſa, & dato tempore, vnciæ 93 aquæ fluxiſſe obſeruatæ ſunt, & ſucceſſiue experimenta cõtinuata vſque ad vncias tres altitudinis iuxta methodum ſuperiorem. Quoniam

vero

verò vltimæ huius fiſtulæ lumen, nonnihilo, licèt ferè inſenſibiliter, priori maius eſſet, quod ex quantitate aquæ exeuntis primò, deinde etiam ex rectificatione diametri ſubtili experimento didicimus; ideo ex mutatione luminis, duplex inſtituenda fuit radicalis obſeruatio, prima in altitudine vnciarum 48. ſecunda in altitudine vnciarum 24. Singulæ autem obſeruationes habentur in ſubiecta Tabula vnà cum quantitatibus aquarum correſpondētibus proportioni ſubduplicatæ altitudinis aquæ ſupra centra luminum ex duabus obſeruationibus radicalibus, vt appareat quàm parùm diſcrepet proportio aquarum per obſeruationem inuenta, a propoſita ratione ſubduplicata.

Altitudo Aquæ ſupra cētrum fiſtulæ, & luminis in vncijs pedis Bononienſis.	*Quātitas aquæ exiens ſingulis 15. vibrationibus in vncijs libræ Bonon.*	*Propoſitio aquarum ex obſeruatione radicali prima* ſubduplicata altitudinū *in vncijs libræ Bonon.*
48	123	123
45	118	119
42	116	115
39	110	111
36	106	106
33	103	102
30	97	97 $\frac{1}{2}$
27	91	92
		Proportio aquarum ex obſeruatione radicali ſecunda.
24	93	93
21	87	87
18	81	80 $\frac{1}{2}$
15	74	74
12	66	66
9	56	57
6	47	46 $\frac{1}{2}$
3	34	33

Ex

Ex his obſeruationibus patet, quantitates Aquæ eſſe in ſubduplicata ratione altitudinum; licèt enim alicubi nonnihil diſcrepent ab expoſita proportione; id tamen inſenſibile eſt, & in luminum ſiue orficiorum contactum refundendum, aut in obſeruationum lubricitatem, ita vt appareat Naturam hac ratione procedere.

Præter experimenta nonnulli hanc propoſitionem, quã ferè omnes tamquam principium aſſumunt, vel immediatè ex ſuppoſitione deducunt demõſtrare conantur; tutior tamen mihi videtur Torricellij demonſtratio, quæ talis eſt.

Fig. 9. & 10. Sit Vas ABDC, cui ſit foramen in E horizontale, ſitque ſuperficies aquæ AB. Et ſimiliter intelligatur aliud Vas FG, cui foramen H æquale foramini E. Dico velocitatem, qua Aqua exit a lumine H ad velocitatem, qua exit a lumine E, eſſe in ſubduplicata ratione linearum, ſiue altitudinum BL, FG.

Aqua enim exiens a luminibus E, & H detracto aeris impedimento ſalit vſque ad horizontales AM, NK per impetum, ſeu velocitatem impreſſam in E, & H; ergo velocitas in E, & H eadem eſt, ac ſi Aqua deſcendiſſet ab M in E, & a K in H, ſed velocitas in E a deſcenſu per ME ad velocitatẽ in H a deſcenſu per KH habet rationem ſubduplicatam linearum ME, KH, ſiue BL, FG, ergo velocitas in E & H eſt pariter in ratione ſubduplicata linearũ BL, FG; cum autem quantitates aquæ in ſectionibus, ſeu luminibus æqualibus ſint, vt velocitates, etiam quantitates aquæ habebunt ſubduplicatam rationem altitudinum. Quod &c.

Galil. in ſchol. prop. 23. de Motu accel.

Galil. ibid. prop. 2.

Prop. 5. 1. huius.

COROLLARIVM.

ET quoniam velocitas in E, & H nullam aliam agnoſcit cauſam, quàm preſſionem ſuperincumbentis aquæ in vaſe, ſequitur preſſionem agere iuxta prædictam proportionem, ſi actio in velocitatem tantummodo influere intelligatur.

Perin-

SCHOLIVM.

PErinde eſt ſiue foramen ſit in E horizontale ſurſum vergens, ſiue in fundo CD deorſum, ſiue in lateribus BL,FG verticaliter,ita vt directio ſit horizontalis;aqua enim quaquà verſus premit æqualiter, dummodo æqualem,vel eandem habeat ſupra ſe altitudinem.

PROP. II.

EAdem eſt velocitas aquæ fluentis per aliquam ſectionem canalis inclinati,ac ſi fluxerit e vaſe per lumen ſimile,& ęquale ſectioni,tantundem a ſuperficie aquæ remotum; quantùm ſectio ab horizontali per initium canalis.

Sit canale inclinatum AB,per quod fluat aqua in ſectione B, & ſit AE horizontalis per initium canalis. Dico in ſectione B eandem eſſe velocitatem aquæ, ac ſi flueret per eandem ſectionem B, tanquam lumen,e vaſe clauſo ABE, in quo aquæ ſuperficies ſit AE. *Fig.11.*

Quoniam enim Aqua eſt corpus graue;ſi intelligatur ab A fluxiſſe in B per planum inclinatum AB,eadem erit velocitas in B, ac in D,ſi ex A in D cecidiſſet (ſupponitur enim AD horizonti perpendicularis, & ſecta horizontali DB)vel ex C in B; ſed & in vaſe clauſo velocitas luminis B eadem eſt, ac ſi aqua a C in B deſcendiſſet; ergo velocitas in B eadem eſt, ſiue aqua fluat per Canale AB ſectione B, ſiue fluxerit e vaſe ABE lumine B. Quod &c. *Torricellius de mot. grau. prop.5.*

COROL. I.

EX his ſequitur velocitates in diuerſis ſectionibus eiuſdem canalis eſſe in ſubduplicata ratione perpendicularium a ſectionibus ad horizontalem per initium aluei,

cum enim velocitates in luminibus F,B ſint in ſubduplicata ratione linearum FG, BC; & velocitates in ſectionibus F,B eandem habebunt rationem ſubduplicatam.

COROL. II.

ET quoniam, vt FG ad BC, ita eſt FA ad BA; erunt etiã velocitates ſectionum F,B in ſubduplicata ratione linearum FA, FB, ideſt diſtantiarum ab initio aluei.

COROL. III.

INuenta ergo media proporzionali inter GF, & CB, ſiue inter AF, & AB; erit, vt GF, vel AF ad mediam, ita velocitas F ad velocitatem B.

COROL. IV.

Apolon. lib. 1. Conic. prop. 11.

QVare ſi axe AB vertice A deſcribatur ſemiparabola AHL, & ducantur ſemiordinatæ FH, BL; erunt hæ menſura velocitatum punctorum, ſiue ſectionum F,B, & ſic de cæteris.

COROL. V.

Prop. 3. 1. huius.

SEquitur ex ſupradictis velocitates ſemper maiores fieri, quò ſectiones ab initio aluei remotiores ſunt; e contra verò, cum velocitates, & ſectiones reciprocè ſe habeãt, canale in eodem ſtatu permanente; conſequenter ſectiones ſemper minores erunt, & ſi hę ſupponantur æquè latæ, altitudines erunt ſemper minores.

In

PROP. III.

IN qualibet ſectione canalis inclinati velocitas maior eſt in fundo, quàm in ſuperficie aquæ.

Sit canale inclinatum AB, in quo ſectio, cuius altitudo BC. Dico velocitatẽ in B maiorem eſſe, quàm in C. Ducatur enim per initium aluei, horizontalis, ad quam ex B, & C ducantur perpendiculares BE, CD. Itaque quoniam angulus AEB eſt rectus; erit angulus ABE acutus, & quoniã angulus CBA eſt rectus, ſi ex ipſo dematur angulus acutus ABE, remanebit angulus CBE acutus; quare demiſſa CF perpendiculari ad BE; cadet ea ad partes E, & abſcindet portionem FE minorẽ tota BE; ergo & DC minor erit eadẽ BE; ſed velocitas B competit deſcenſui BE, & velocitas C deſcenſui DC; maiori verò deſcenſui competit maior velocitas; ergo velocitas in B maior erit, quàm in C. Quod &c *Fig. 12.* *Prop. 2. huius.*

COROL.

QVoniam per maiorem inclinationem angulus EBA ſemper fit minor, conſequenter angulus FBC maior erit; ideoque perpendicularis CF ſemper cadet proximior puncto B; quare differentia inter velocitatem fundi, & ſuperficiei ſemper minor erit, quò magis inclinatus erit canalis & cum fuerit perpendicularis, cadente CF in CB, æquabuntur inter ſe velocitates.

PROP. IV.

IN ſectionibus diuerſis eiuſdem canalis inclinati maior eſt proportio velocitatis fundi ad velocitatem ſuperficiei, quò ſectiones initio canalis proximiores erunt. *Fig. 12.*

Supponatur enim in eadem figura ſectio G proximior

initio A,quam B. Dico maiorem rationẽ esse velocitatis G ad velocitatem H, quàm velocitatis B ad velocitatem C; iisdem.n. constructis,quoniam GH maior est,quàm BC; & in triangulis IGH, FBC omnes anguli æquales; præter enim angulos rectos ad F,I,sunt anguli FBC,IGH æquales, vtpote æqualium angulorum AGK, ABE complementa; erit & GI maior,quàm FB; & quoniam KG minor est, quã EB, ablata IG ex KG,& FB ex BE remanebit KI multo minor, quàm FE; habebit ergo GI ad FB maiorem rationem quam KI ad EF, & permutando GI ad KI maiorem, quàm FB ad EF,& componẽdo GK ad IK, seu LH,maiorem,quã BE ad EF,siue DC.Sit X media proportionalis inter GK,& LH,& Y media proportionalis inter EB, & CD.Itaque KG ad X maiorem habebit rationem, quàm EB ad Y;sed ratio KG ad X eadem est,ac velocitatis G ad velocitatem H, & ratio EB ad Y eadem,ac velocitatis B ad C;ergo velocitas G ad H habebit maiorem rationem, quàm velocitas B ad C. Quod &c.

Corol. 5. prop. 2. huius.

Corol. 3. prop. 2. huius.

COROL.

EX his constat, quòd in sectionibus plurimum a Canalis initio remotis fieri potest, vt differentia velocitatum sensibiliter æqualis sit;præcipuè in ijs, quæ non multam habent altitudinem, cum proportio semper magis, & magis ad æqualitatem accedat.

SCHOL.

CVm itaque ferè semper in sectionibus fluminum distantia superficiei aquæ a principio canalis insensibiliter differat a distantia fundi ab eodem principio, sumi poterit physicè velocitas fundi æqualis velocitati superficiei, cum præcipuè aqua in fundo sectionis retardetur propter

Con-

contactũ eiuſdem fundi, vnde fit, vt in fluminibus, præſertim paruæ altitudinis, aliquando velocior ſit aqua in ſuperficie, quàm in fundo.

PROP. V.

PArabolam aſſignare, in qua ſumi poſſit menſura velocitatum in perpendiculari alicuius ſectionis.

Sit canale inclinatũ ABG, cuius initium A, ſectio B, eiuſque altitudo BC: opportet parabolam aſſignare, in qua ſumi poſſit menſura omnium velocitatum exiſtentium in linea BC. *Fig. 13.*

Per A ducatur horizontalis AF, & producatur BC, donec cum AF concurrat in F, & circa axim BF deſcribatur ſemiparabola FHG. Dico hanc eſſe parabolam quæſitam. Ducantur enim perpendiculares BD, CE ad AF, & ſemiordinatæ BG, CH &c. Et quoniam velocitas in B ad velocitatem in C ſubduplicatam habet rationem BD ad CE; eſt autem BD ad CE propter ſimilitudinem triangulorum, vt FB ad FC; erit velocitas in B ad velocitatem in C ſubduplicata eius, quam habet FB ad FC; ſed eandem rationem ſubduplicatam habet BG ad CH; ergo velocitates B, & C erunt inter ſe, vt BG ad CH. Quare ſi BG intelligatur velocitas puncti B; erit CH velocitas puncti C, & LM puncti M, & ſic de cæteris. Quare parabola FBG erit mẽſura omnium velocitatum perpendicularis BC. Quod &c. *Prop. 1. & 2. huius.*

COROLLARIVM.

EX his patet ſpatium paraboſicum CBGH eſſe complexum omnium velocitatum perpendicularis BC.

Data

PROP. VI.

DAta in ſpatio parabolico ſemiordinatarum ratione,& ſegmento axis inter ſemiordinatas, inuenire axim parabolæ.

Sit in ſpatio parabolico ABCD data poportio, quam habet AB ad CD,& ſegmento axis AC: opportet inuenire altitudinem axis parabolæ.

Fig. 14. & 15.

Fiat quadratum ſemiordinatæ maioris CD, quod ſit EH; quadratum verò minoris AB ſit EF poſitum ad commune angulum E; fiatque, vt quadratorum differentia, ideſt vt gnomon ILM ad quadratum EF, ita AC ad aliam ipſi in directum continuatam AG. Dico totam CG eſſe axim quæſitum.

Quoniam enim vt gnomon ILM ad quadratum EF, ita CA ad AG;erit componendo vt gnomon,& quadratū EF, ideſt quadratum EH ad quadratum EF, ita CA vnà cum AG,ideſt tota CG ad GA;ergo vt GC ad GA, ita quadratum EH, ſiue CD ad quadratum EF, ſiue AB. Quare punctum G erit vertex parabolæ. Quod &c.

COROL. I.

ITaque ſi AB, CD datæ ſint in partibus ſegmenti AC,nō ſolū dabitur altitudo parabolæ, ſed & eius amplitudo.

COROL. II.

Fig.13.

EX hac propoſitione ſequitur, quòd, in figura propoſitionis antecedentis, ſi dabitur ratio velocitatum BG, CH,& perpēdicularis ſectionis BC,inuenietur axis BF parabolæ mēſurantis omnes velocitates perpendicularis BC.

Immo

COROL. III.

IMmò, si vlterius notus sit angulus inclinationis BAD, trigonometricè innotescet AB,& BD,idest distãtia fundi sectionis ab initio aluei, & eiusdem distantia ab horizõtali per initium aluei;in triangulis enim ABD, ABF;præter latus BF, noti erunt omnes anguli .

PROP. VII.

SPatium Parabolicum quadrare.

Sit spatium parabolicum ABCD,cui opporteat ęquale rectangulum inuenire. *Fig.16.*

Inueniatur altitudo axis CE ; fiatque parabolæ AEB æquale rectangulũ AF,& similiter parabolæ CED æquale fiat rectangulum CG; producaturq; AB,& vt CA ad AE, siue vt HO ad OG,ita sit KO ad OI,& compleatur rectangulum HI. Dico rectangulum CI æquale esse spatio parabolico CABD . *Archim. de quadr. parab. prop.24.*

Quoniam n.rectangulum AF est æquale parabolę AEB, & rectangulum CG parabolæ CED; ablato ex rectangulo CG, rectangulo AF; & ex parabola CED, parabola AEB, remanebit spatium KFGHCAK æquale spatio parabolico CABD; itaque ablato communi rectangulo CO remanebit rectangulum FO æquale reliquo spatio parabolico HOBD; sed rectangulum FO est æquale rectangulo HI, quoniam latera habent reciprocè proportionalia; ergo rectangulum HI æquale erit spatio parabolico HOBD: addito itaque communi rectangulo CO, erit totum rectangulum CI æquale spatio parabolico CABD. Quod &c.

In

PROP. VIII.

IN Canale inclinato mediam velocitatem cuiusuis perpendicularis inuenire.

Fig. 17. Sit in canale inclinato sectio B, cuius altitudo BC: oportet mediam velocitatem perpendicularis BC inuenire.

Prop. 5. huius. Describatur parabola, quę sit mensura velocitatum perpendicularis BC; ductisque BE, CH semiordinatis, fiat re-*Prop. 7. huius.*ctangulum BF æquale spatio parabolico BCHE, cuius latus FI secabit parabolam in aliquo puncto G, & per G ducatur GK semiordinata ad axem BD, secans ipsum in puncto K. Dico in puncto K esse mediam velocitatem quæsitam, eamque exprimi per linean KG.

Si enim omnes partes aquæ in perpendiculari BC fluerent æquali velocitate, certum est, quòd, dum C peruenit ad F, etiam K perueniret ad G, & B ad I; quare tunc rectangulum BF esset complexus velocitatum perpendicularis BC, sed spatium parabolicum BCHE est complexus velocitatum perpendicularis BC, & rectangulum BF est ęquale dicto spatio parabolico; ergo æqualis est complexus velocitatum, siue aqua fluat sola, & vniformi velocitate KG, siue inæqualibus BE, CH &c. ergo, ex demonstratis in primo libro, etiam quantitates aquæ æquales essent, & consequenter HG erit media velocitas.

ALITER.

QVoniam rectangulum BF æquale est spatio parabolico BCKE, ablata cõmuni portione CHGIB remanebit trilineū HGF æquale trilineo IGE; sed velocitas HG superat omnes velocitates minores, velocitatibus, quæ cõtineri possunt in trilineo HGF; superatur autem a velocitatibus maioribus ea portione, quæ continetur in

trilineo IEG; ergo cum trilinea sint æqualia, tantundem HG superabit minores velocitates, quantùm superatur a maioribus; & consequenter erit media velocitas. Quod &c.

EXEMPLVM.

QVo tria superiora problemata aritmeticæ soluuntur. Sit altitudo sectionis BC pedum 4; proportio verò velocitatum BE, & CH, sit ea, quam habet 3 ad 4, siue ad faciliorem calculum 9 ad 12 (quommodo per experiméta inuenienda sit velocitatum proportio, inferiùs docebimus) fiant velocitatum 9 & 12 quadrata .v. 81, & 144, & minus a maiori subtrahatur, eritque differentia 63. Itaque per regulam auream, vt 63 ad 81, ita 4 ad 5 cum 1 septima, tantaque erit linea CD, residuum axis integræ parabolæ, & consequenter tota BD erit 9 cum 1 septima: ducatur BD axis 9 cum 1 septima in 2 tertias lineæ BE, videlicet 8, & productum 73 cum 1 septima, erit area parabolæ BDE: similiter ducatur axis DC in 2 tertias lineæ CH, idest 6, & productum 30 cum 6 septimis, erit area parabolæ DCH. Subtrahatur 30 cum 6 septimis a 73 cũ 1 septima, & differentia 42 cum 2 septimis, erit BCHE. Itaque si 42 cum 2 septimis, diuidatur per BC 4; erit quotiens 10 cum 4. septimis reliquum latus rectanguli CF æqualis spatio parabolico BCHE. Vt autem inueniatur locus lineæ KG æqualis CF in axe BD, fiat eius quadratum $111.\frac{37}{49}$, & per regulam auream, vt quadratum 81 ad quadratum 111. 49, ita axis 5 cum 1 septima ad axim DK $7.\frac{295}{3087}$, quare ablato ex DK axe DC 5 cum 1 septima, remanebit CK 1 $\frac{2941}{3087}$, siue, si perpendicularis BC sit in mensura pedum, pedes 1 vnc. 11 cum dimidia proximè. Quare locus velocitatis mediæ erit tantundem demersus infra aquæ superficiem.

PROP. IX.

PRoportionem velocitatum Mecanicè inuenire.

Ex data longitudine canalis, ſiue diſtantia initij eiuſdem a ſectione, & angulo inclinationis, facilè inuenietur ratio velocitatum ſuperficiei, & fundi; cum .n. triangulum
Fig. 17. ABD ſit rectangulum ad B, & angulus DAB inclinationis ſit cognitus, & vlterius notum ſit latus AB; nota etiam fiet per trigonometriam altitudo parabolæ BD, qua cognita, & altitudine alicuius perpendicularis in ſectione v.g. BC; erit ratio velocitatis B ad velocitatem C ſubduplicata eius, quam habet DB ad DC.

Niſi vero ſit cognita diſtantia ſectionis ab initio aluei, ex ijs, quæ ſupra demonſtrata ſunt propoſitione 6, euidens eſt conuerſum, .v. data proportione velocitatum BE, CH &c. reliqua inoteſcere.

Opportet igitur in præſenti modum aſſignare, quo mecanicè nota fiat huiuſmodi proportio. Sit perpendicularis
Fig. 18. horizōti AD, & pendulum AB, quod ſuſtentetur extra perpendicularem potentia BC: oſtendit Herigonius prop. 9. ſuæ Mecanicæ, quod ſi ex B erigatur BE parallela DA, & per E ducatur EF parallela BC, & alia EC parallela AB; erit BE ad BC, vt pondus B in perpendiculari AD ad potentiam BC. Intelligatur eleuatum pendulum in H, & fiat HK æqualis ipſi BE; erit ergo etiam in hoc caſu pondus in perpendiculari ad potentiam HI, vt HK ad HI; cũq; BE, & HK ſint æquales, erit vt potentia BC ad potentiam HI, ita BC ad HI. Quare ſi potentiæ BC, & HI operentur per lineas horizontales; cum in eo caſu anguli KHI, EBC ſint recti, erunt HI, BC tangentes angulorum inclinationis HKI, BEC; quare in hoc caſu potentiæ erunt, vt tangentes angulorum inclinationis. Si verò potētiæ non ſint horizontales, ſi tamen ſit notus earum angulus cum linea verticali, vnà cum angulo inclinationis penduli cognoſcetur nihilominus

nus

nus trigonometricè earumdem potentiarum ratio; etenim ſuppoſita HK quantitatis cuiuslibet arbitrariæ, erit in triangulo HKI notum latus HK, vnà cum angulis HKI inclinationis penduli, & KHI tractionis; quare innoteſcet latus HI, & ſimiliter in altero triangulo EBC innoteſcet BC ad communem menſuram cum HI, ſi BE eius menſuræ ſupponatur, qualis ſuppoſita eſt KH; quam proportionem ergo habebunt HI, BC, eandem habebunt trahentes potentiæ. Cum vero perinde ſit, ſiue potentia agat trahendo per HI, ac vrgendo per MH, vel NB, cũ æqualiter in vtroque caſu ab ipſis, vnà cum potentijs AH, AB fiat æquilibrium cum pondere B, vel H; nota etiam erit potentiarum MH, NB impellentium ratio.

Vt igitur velocitatum quæſita ratio inueniatur, pendulum aptetur quadranti in gradus, & minuta diuiſo, cuius vnum latus ponatur verticale, demittaturque pondus B in aqua canalis alicuius, ita vt centrum ipſius cohæreat ſuperficiei aquæ: euidens eſt velocitatem aquę diſtracturam pendulum a directione verſus centrũ. Diligẽter ergo obſeruetur angulus inclinationis. Deinde demiſſo pendulo (inuariata tamen fili longitudine) vſque ad fundum canalis; ita tamen, vt ab eo non impediatur, denuo obſeruetur angulus inclinationis. Quoniam igitur potentia detinens pendulum in angulo inclinationis eſt ipſa Aquę fluentis velocitas, tam in fundo, quàm in ſuperficie; in aqua enim ſtagnante pendulum dirigitur versùs centrum ſine vllo angulo; erit ratio potentiarum eadem, ac velocitatum Quare ſi ſuperficies aquæ, vel nullo modo, vel inſenſibiliter ſit ad horizontem inclinata; quam proportionem habebunt tangentes angulorum inclinationis, eandem habebunt, & velocitates. Si verò ſenſibilis ſit ſuperficiei aquæ ab horizonte declinatio ea menſuranda erit, & angulo recto addenda, & fiet angulus tractionis, quo habito, vt ſupradictum eſt, eruitur velocitatum proportio. Quod &c.

PROP. X.

DAto loco velocitatis mediæ, & angulo inclinationis canalis, ſpatium determinare, quod velocitas data apta eſt percurrere dato tempore.

Fig. 19. & 20. Sit datus H locus velocitatis mediæ,& angulus DAB:oportet determinare ſpatium, quod apta ſit velocitas H pertranſire ad datum tempus B.

Quoniam in inuentione puncti H, priùs cognoſcitur axis BD; erit in triangulo DKH notum latus DH,&, pręter angulum DKH rectum, etiã angulus KDH complemẽtum anguli KAB inclinationis, quare innoteſcet latus KH. Itaque velocitas media H eadem eſt, ac ſi flueret aqua e vaſe ſub altitudine KH.

Fig. 21. & 22. Sit igitur Vas NO, in quo altitudo OM, & lumen MP ſit notæ ſuperficiei, v.g. quadratum vnius vnciæ, cuius velocitas media ſit R; ſit autem altitudo RO æqualis altitudini KH, & ſupponatur, quòd per lumen PM fluxerit tempore L, quod ſit horæ minutum, pes cubus Aquæ v. g. QS: hæc quantitas intelligatur conformata in priſma rectum, cuius baſis ſit ipſum lumen v.g. VX,& altitudo XY; erit igitur XY velocitas media luminis PM,& propria puncti R; quoniam itaque notum eſt, tam lumen VX, quàm baſis cubi QT, erit & nota ratio QT ad VX; & quoniam priſmata QS, VY ſupponuntur æqualia, erit vt VX ad QT, ita reciprocè TS ad XY, ſed TS eſt altitudo nota; ergo & XY erit nota. Quod &c.

EXEMPLVM.

IN noſtro caſu, quoniã QT eſt baſis pedis cubi, ideſt pes quadratus; erit QT vnciarũ 144 quadratarum; VX verò eſt vncia vna quadrata; vt igitur vncia vna ad vncias 144, ita pes vnus altitudinis TS ad pedes 144 altitudinis XY; quare velocitas media puncti R, ſiue puncti H eſt apta

per-

percurrere pedes 144, tempore L, ſiue vno horæ minuto.

COROL.

ITaque inuenta, per repetita experimenta, quantitate aquæ fluentis, per datum lumen, e vaſe ſub certa altitudine intra tempus conſtitutum, in quo quidem maxima opus eſt diligentia, non ſolum determinabitur ſpatium correſpondens illi velocitati, ſed & ſpatia quarumcumque velocitatum ſub maioribus, vel minoribus altitudinibus per prop. primam huius libri. Nos ſuo loco tabulam exhibebimus, prout per experimenta nobis licuit inuenire, in qua quidem tantùm non fidimus, vt ad maiorem præciſionem redigi non poſſe, exiſtimemus.

SCHOLIVM.

SAtiùs eſt, in determinanda quantitate aquæ tranſeuntis per datum lumen dato tempore, loco linearium menſurarum, vti ponderibus. Si enim ponderetur aqua fluxa tempore vnius minuti; eius quantitas vſque ad granum poterit præcisè determinari: parato deinde vaſe, cuius interna cauitas ſit cubica, & latus v.g. vnius vncię linearis, idē aqua impleatur, & deinde eius pondus diligentiſſimè per bilancem examinetur, quod erit pondus vnius vnciæ cubicę aquæ. Si deinde totum pondus diuidatur per pondus inuentum vnciæ vnius cubicæ aquæ; quotiens erit numerus vnciarum cubicarum, quibus æqualis eſt tota aqua, quare hæc intelligetur conformata in priſma rectum, cuius baſis vncia vna quadrata, & altitudo tot vnciarum linearium; quot erunt in quotiente prædicto vnciæ cubicę, quo priſmate ſi vtemur loco cubi QS, habebitur altitudo XY, meo iudicio exactiſſima.

Aduertendum & eſt, quòd, licèt lumina circularia primo

viſu

visu videantur aptiora ratione minoris circumferentiæ, & consequenter contactus; nihilominus tamen, vt faciliùs determinari possit distantia loci velocitatis mediæ ab aquæ superficie, meliùs est vti luminibus quadratis, vel rectangulis in ærea lamina, quantùm fieri possit subtili, & læuigata, insculptis, quorum latera inferiora, & superiora sint horizontalia, quæ quidem lumina, quò ampliora, eò meliora erunt propter minorem contactum; dummodo tamen tota simul claudi, & aperiri possint, initio, & fine dati temporis.

Inuenietur autem media luminis velocitas ea methodo, qua in sectionibus prop. 8 inuenta est, supponendo lineam OM, altitudinem aquæ supra marginem inferiorem luminis, esse axim parabolæ, & altitudinem luminis MP esse altitudinem sectionis.

COROL. II.

EX dictis patet, quòd si spatium debitum velocitati, & perpendicularis, vnà cum latitudine sectionis, sint ad comunem mensuram, & multiplicetur spatium in perpendicularem, & productũ multiplicetur per latitudinem; consurget quantitas aquæ fluentis per sectionem, tempore, sub quo est determinatum spatium. Exempli gratia, Si spatium correspondens velocitati mediæ sectionis BC pro vno minuto temporis sit pedes 144; sitque altitudo, siue perpendicularis sectionis pedes 12; latitudo vero pedes 50; Multiplicetur 144 per 12, & productum 1728 ducatur in 50: huius productum 86400 erit numerus pedum cubicorum transeuntium per datam sectionem durante vno minuto. Idem proueniet, si latitudo, & altitudo sectionis, & spatium correspondens velocitati indiscriminatim vnũ ducatur in alterum, & productum multiplicetur per tertium; quartus enim numerus consurgens erit quantitas aquæ quæsita.

Finis Secundi Libri.

LIBER

LIBER TERTIVS

Continens menſuram aquarum fluentium in Canalibus horizontalibus, tam ſolitarijs, quàm vnitis cum aliis horizontalibus.

DEFINITIONES.

I. Canalis horizontalis is eſt, cuius fundus æqualiter vbique diſtat a centro grauium; hoc eſt ſe accomodat ſphęricæ ſuperficiei terreſtri, quæ quoniam in parua diſtantia non differt a plano ſenſibiliter; ideo fundum canalis horizontalis ſæpiùs tamquàm planum aliquod conſiderabimus.

II. Menſura proportionalis aquæ fluentis nil aliud eſt, niſi proportio, quæ intercedit inter aquæ quantitates eodem, vel æquali tempore fluentes, per vnam, vel plures ſectiones, quæ menſura non ſolum locum habet in canalibus horizontalibus, ſed in alijs quibuſcumque.

III. Cubus aquæ eſt numerus ex certis regulis conſurgens, qui alio conſimili comparatus oſtendit proportionem aquarum, quarum ſunt cubi.

IV. Centrum velocitatis dicatur punctum alicuius perpendicularis in ſectione, quod correſpōdet mediæ velocitati eiuſdem perpendicularis.

In

PROPOSITIO I.

IN Canalibus horizontalibus ab vna parte apertis; ſi ex aduerſa parte Aqua ſubminiſtretur, quæ apta ſit ſub aliqua altitudine fluere; aquæ fluxus continget, & continuabitur vſque ad exitum; dummodo tamen canalium fũdus, vel altior ſit extremo termino fluxus, vel ſaltem in eadem, cum ipſo, linea horizontali.

Sit Canale AB apertum ad partes B, cuius fundus AB horizontalis, ſit altior, vel in eadem horizontali cum extremo termino fluxus B, eique ad partes A ſuppeditetur aqua conſtituta in altitudine AC. Dico aquam fluxuram ab A ad B. *Fig.23.*

Quoniam enim aqua non poteſt conſiſtere in altitudine AC, niſi extremo termino contineatur, propter generalem naturam corporũ fluidorum; nullusq; ex hypotheſi in B ſit talis terminus; ſequitur, quòd aqua debeat ſe ſe complanare æqualiter ſupra fundum AB; ſed hoc non poteſt cõtingere, niſi aqua ab A fluat in B; ergo fluxus aquæ fiet ab A in B. Et quoniam per ſucceſſiuam depreſſionem altitudinis AC; ſucceſſiuè pariter noua aqua ſubminiſtratur, ex hypotheſi, apta eandem altitudinẽ redintegrare; denuo aqua non poterit conſiſtere in ea altitudine, & ſucceſſiuus continuabitur motus ab A in B, patente exitu in B. Quod &c.

PROP. II.

VElocitas, qua fluit Aqua per canale aliquod horizõtale eadem eſt, qua flueret e vaſe aqua pleno, cuius altitudo eadem, ac altitudo viua aquæ in canale horizontali.

Intelligatur enim Canale horizontale AB fluens ſub altitudine AC, ſectum plano verticali FD; ſitque aquæ & *Fig.23.*

pla-

plani sectio parallelogranum FD, ita vt tollatur fluxus. Certum est aquam inter A, & D ita vrgere planum DF, vt patente exitu, eadem flueret, qua priùs, velocitate; plani enim vices in fluxu continuato gerit aqua infra sectionem, sustentans aquam in sectione in eadem altitudine. Intelligantur igitur in plano DF insculpta plura lumina, ex quibus aqua erumpat, siue ob maiorem demonstrationis facilitatem, lumina intelligantur insculpta perpendiculari DG; sintque v.g. D, H, & quæcumq; alia possibilia inter D, & G; ita vt tota DG sit veluti infinita lumina, siue velut vnum lumen ex infinitis luminibus compositum; fluet ergo Aqua per perpendicularem GD eadem velocitate, qua e vase CF clauso erumperet, sed hæc eadem est, ac velocitas, qua priùs aqua fluebat per perpendicularem GD; ergo aqua GD fluit per canale horizontale, ac si erumperet e lumine GD, & consequenter aqua tota fluens per parallelogramum DF eadem fuit velocitate, qua erumperet e vase aqua pleno per lumen DF, & sub altitudine DG. Quod &c.

COROLLARIVM.

EX hac, & prima propositione secundi libri, patet velocitates perpendicularium in sectionibus canalium horizontalium inter se esse in subduplicata ratione abscissarum vsque ad superficiem aquæ, vt, si sit perpendicularis AB; erit velocitas puncti B ad velocitatem puncti C in subduplicata ratione linearum AB, AC. *Fig. 24.*

COROL. II.

HInc, si axi GC describatur parabola CGD, & intelligatur linea CD, vt velocitas puncti C; erit AB velocitas puncti A, & sic de singulis, & tota parabola CGD erit simul, & mensura, & complexus velocitatum perpendicularis GC.

COROL. III.

SIcuti constat, velocitatem fundi CD maximam esse, reliquas autem semper minores, & minores, quò superficiei viciniores; dummodo tamen altitudo GC sit viua, .i. aliquis non subsit gurges, aut impedimentum; eò tunc enim non solùm retardatur aquæ velocitas, adeo vt superioribus minor sit; sed aliquoties fit stagnans, & pluries motum suum retrorsum conuertit, quod pendulo non semel experti sumus. Quod dictum sit, ne aliquis in experiendo errorem incidat; facilè enim in fluminibus irregularibus, nisi necessaria aduertat, poterit perperam iudicare.

PROP. III.

DAto complexu velocitatum alicuius perpendicularis in canale horizontali, inuenire eius velocitatem mediam.

Fig.24. Sit perpendicularis AB, eiusque complexus, & mensura velocitatum, parabola BAED: opportet mediam velocitatem perpendicularis AB inuenire.

Diuidatur BD in tres partes æquales BG, GH, HD, & ex his assumantur duæ BG, GH. Dico lineam BH esse velocitatem mediam quæsitam. Erigatur enim a puncto H perpendicularis HI, secans parabolam in E, & per E ducatur EC semiordinata axi AB, compleaturque parallelogramũ BI, & producta BD in F, fiat DF æqualis GH, & iungantur AF, AD. Quoniam igitur linea BF est sesquitertia lineæ BD, ex constructione; erit & triangulum ABF trianguli ABD sesquitertium; sunt enim inter se, vt bases; sed etiam parabola AED sesquitertia est eiusdem trianguli ABD; ergo triangulum ABF parabolæ BAED æquale erit; sed etiam parallelogramum BI æquale est triangulo BAF; quoniam

Archim. de quadr. parab. prop.24.

in

in basi dimidia, & altitudine eadem; ergo parallelogramũ BI parabolæ BAED æquale est; ablata ergo communi portione BAEH, remanebit trilineum AEI æquale trilineo EHD, sed trilineo AEI mensuratur deffectus velocitatum superiorum inter A, & C a velocitate CE, & trilineo HED mensuratur excessus inferiorum supra CE, ergo cum excessus, & deffectus sint æquales; erit CE, vel BH ipsi æqualis, velocitas media. Quare dato complexu velocitatum &c. inuenta est media velocitas. Quod &c.

SCHOLIVM.

IDem aliter ostendi posset, nam si omnes partes perpendicularis AB fluerent æquali velocitate; tempore, quo C perueniet ad E, eodem etiam A perueniret ad I, & B ad H, & sic de cæteris; ideoque parallelogramum AI esset complexus velocitatum perpendicularis AB, sed parabola BAED est complexus velocitatum naturalium eiusdem perpendicularis AB; ergo complexus velocitatum æquales essent, & cõsequenter etiã quãtitates aquæ, siue fluat aqua AB velocitate vniformi CE, siue difformi iuxta rationem semiordinatarum in parabola; & consequenter erit CE velocitas media. Quod &c. *Corol. prop. vltima 1. huius.*

COROL. I.

QVoniam, per axioma primum, quælibet perpendicularis easdem habet velocitates in eadem sectione; erit velocitas media vnius perpendicularis, velocitas etiam media integræ sectionis.

COROL. II.

HInc patet velocitatem maximam ad mediam habere rationem ſeſquialteram; eſt enim maxima ſemiordinatarum BD ad DH, ſiue CE velocitatem mediam, in ratione ſeſquialtera.

COROL. III.

COnſtat vlteriùs, quòd ſi vna, eademque, vel æquales parabolæ aſſumantur pro velocitatum menſura; velocitates mediæ in perpendicularibus diuerſæ altitudinis, erunt inter ſe in ſubduplicata ratione perpendicularium; cum enim maximæ ad medias ſint in ratione ſeſquialtera; erunt ſingulæ maximę ad ſuas medias in eadem ratione, & permutando maximæ inter ſe in eadem ratione erunt, ac mediæ inter ſe: ſed maximę inter ſe ſunt in ratione ſubduplicata ſuarum perpendicularium; ergo etiam mediæ in eadem ratione erunt.

COROL. IV.

PAtet etiam, punctum C perpendicularis AB eſſe locum velocitatis mediæ, quod punctum, ſiue Centrum velocitatis dicere poſſumus.

COROL. V.

HOc igitur centrum velocitatis ſemper erit demerſum infra ſuperficiem aquæ ita, vt eius diſtantia à ſuperficie ſit 4 nonę partes totius perpẽdicularis, cũ .n. maxima velocitas ad mediam ſit in ratione ſeſquialtera; ſi maxima ſupponatur 3, erit media 2; quare vt quadratũ 3,

ideſt 9 ad quadratum 2, ideſt 4, ita AB ad AC, ideoque ſi tota AB intelligatur diuiſa in 9 partes erit AC 4 ex his partibus.

COROL. VI.

CVm igitur centrum velocitatis omnes perpendiculares ſimiliter ſecet, ideſt in ratione 4 ad 5; conſequens eſt, vt partes abſciſæ a centro velocitatis inter ſe ſint, vt altitudines viuæ ſectionum; quælibet enim abſciſa ad ſuam perpendicularem rationem habet 4 ad 9; ideoque vt abſciſa ad ſuam perpendicularem, ita altera ſimilis abſciſa ad ſuam perpendicularem, & permutando vt abſciſa ad abſciſam, ita perpendicularis ad perpendicularem; ita vt eadem proportione ſemper ſibi ipſis reſpondeant augmentũ perpendicularis, & depreſſio centri velocitatis infra ſuperficiem aquæ.

COROL. VII.

ET quoniam velocitates mediæ inter ſe ſunt in proportione perpendicularium ſubduplicata; ſunt autem perpendiculares inter ſe, vt abſciſæ; erunt etiam velocitates mediæ in proportione abſciſarum ſubduplicata.

COROL. VIII.

IN Canalibus igitur horizõtalibus velocitas media creſcit, & decreſcit per ſolam variationem altitudinis, & in ſubduplicata ratione diuerſarum altitudinum viuarum; hinc in ijs canalibus, quorum sũt ęquales altitudines aquę, æquales etiam ſunt velocitates mediæ.

Pa-

PROP. IV.

PArabolæ, quæ ſunt menſura velocitatum in aquis fluẽtibus vniuerſis, ſi earum maximarum ordinatarum proportio eadem ſit, ac proportio velocitatum mediarum, ſiue maximarum; eæ omnes inter ſe æquales erunt.

Fig. 25. Sint duæ parabolæ CAE, CBD, quæ aſſumantur pro menſura velocitatum diuerſarum ſectionum, ſiue in canalibus horizontalibus, ſiue inclinatis; ſitque proportio velocitatis maximæ correſpondentis altitudini parabolæ AC ad velocitatem maximam correſpondentem altitudini BC eadem, ac CE, ad CD. Dico parabolam ACE eſſe æqualem parabolæ CBD.

Diſpoſita enim vtraque ad cõmunem axem; ita vt maximæ ſemiordinatæ coincidant, per D erigatur DF parallela axi AC, ſecans lineam parabolicam AFE in F, & per F ducatur FG ſemiordinata, & conſequenter parallela CE. Quoniam igitur vt AC ad CB, ita quadratum CE ad quadratum CD, ſiue FG; erit vt quadratum CE ad quadratum FG, ita AC ad CB; ſed vt quadratum CE ad quadratum FG, ita eſt AC ad AG; ergo vt AC ad AG, ita AC ad CB; ideoque erunt AG, CB inter ſe equales; addita igitur communi GB; erit AB ipſi GC æqualis; ſed GC æqualis eſt FD; ergo etiam AB æqualis erit eidem FD: Similiter oſtendetur MH æqualem AB; ideoque & æqualem ipſi FD. Cum igitur AB, MH, FD &c. ſint æquales; erunt parabolæ AFE, BHD æquales. Quod &c. *Greg. à S. Vinc. de parab. pr. 333.*

COROL.

ET quoniam parabolæ ęquales, ſi diuerſos habeant vertices, & ad eundem axim conſtituantur, inter ſe ſunt parallelæ, ſiue aſſymptoticæ, quarum proprietas eſt, vt earum

rum perimetri continuati semper magis, & magis ad inuicem accedant; nunquam tamen se secent, aut tangant; sequitur, quòd in eadem sectione sub diuersa altitudine, velocitates mediæ quidem inæquales erunt; attamen velocitatum mediarum incrementa per ęquales altitudines superadditas, semper magis, & magis minora fient.

PROP. V.

QVantitates aquæ in sectionibus canalium horizontalium eiusdem latitudinis, sed diuersæ altitudinis, inter se sunt in triplicata proportione velocitatũ maximarum.

Sint sectiones BH, BI eiusdem latitudinis BK, sed diuersæ altitudinis BC, BA; sitque velocitas maxima sectionis BH, linea BD; sectionis vero BI velocitas maxima sit BE, ita vt velocitatum maximarum proportio sit ea, quæ intercedit inter BD; & BE. Dico quantitatem aquæ per BH ad quãtitatem per BC esse in ratione triplicata BD ad BE. *Fig. 26.*

Ducantur enim parabolæ BCD, BAE, KHG, KIF, quæ, per propositionem antecedentem, omnes erunt æquales. Et quoniam BC, KH perpendiculares sunt æquales; erunt & earum maximæ velocitates æquales, videlicet BD, KG: Similiter ostendẽtur BE, KF esse æquales; & quoniam binæ binis sunt parallelæ; erit planũ ABE plano IKF parallelũ; si itaque per perimetrum binarum parabolarum intelligatur circumuolui linea parallela AI, vel IF describetur superficies cilindrici parabolici. Intelligantur igitur completi huiusmodi cilindrici CBDGHK, ABEFIK; Et quoniam parabola BCD est complexus velocitatum perpendicularis CB, & parabola KHG est complexus velocitatum perpendicularis HK; suntque similes, & æquales complexus velocitatum in alijs perpendicularibus sectionis BH; erit omnium complexuum terminus in superficie cilindrici pa-

ra-

rabolici CDGH; ideoque complexus velocitatum ſectionis CH erit cilindricum BGHD. Simili modo oſtendetur complexum velocitatum ſectionis BI eſſe cilindricum parabolicum BFIE. Et quoniam iſta duo cilindrica ſunt æquè alta; erunt inter ſe, vt baſes, ideſt cilindricum BGHD ad cilindricum BFIE erit, vt parabola CBD ad parabolam ABE; ſunt autem parabolæ æquales inter ſe in proportione triplicata maximarum ordinatarum, ergo cilindricum ad cilindricum erit in proportione triplicata BD ad BE; ſed cilindrica oſtenſa ſunt eſſe complexus velocitatũ ſectionũ; ergo complexus velocitatum ſectionis BI ad complexum velocitatum ſectionis BH, ſeu aqua fluens per BI ad aquã fluentem æquali tempore per BH, erit in triplicata proportione maximæ velocitatis BD ad maximam velocitatem BE. Quod &c.

Canal. Geom. l. 2 prop. 34. Corol. 4.

Greg. à S. Vinc. pr. 241. de parab.

Prop. 15. 1. huius.

SCHOLIVM.

HÆc propoſitio aliter, & breuiùs poſſet oſtendi. Cum enim quantitates aquæ habeant inter ſe rationem compoſitam ex proportione ſectionis ad ſectionem, & velocitatis mediæ ad velocitatem mediam; ſit autem proportio ſectionum, æqualis, vel eiuſdem baſis eadem, ac altitudinum; erit proportio aquæ ad aquam compoſita ex proportione altitudinis ad altitudinem, & velocitatis mediæ ad velocitatem mediam, ideſt erit compoſita ex proportione altitudinum, & ex ſubduplicata earumdem altitudinum. Sit igitur prima altitudo A, ſecunda C; eritque proportio aquarum compoſita ex proportione A ad C, & ex ſubduplicata A ad C. Si ergo inter A, & C inueniatur media proportionalis E, & quarta addatur B; erit proportio A ad B compoſita ex proportione A ad C, ideſt altitudinum, & C ad B, ideſt velocitatum mediarum, ſed proportio A ad B eſt triplicata eius, quam habet A ad E, ideſt veloci-

Prop. 6. 1. huius.

Fig. 27.

locitatis mediæ per A ad velocitatem mediam per C; ergo quantitas aquæ per A ad quãtitatem aquę per C eſt in ratione triplicata velocitatum mediarum. Quod &c.

COROL. I.

ET quoniam maximæ velocitates ſunt proportionales medijs; erunt & quantitates aquæ in triplicata ratione mediarum velocitatum. *Corol. 3. prop. 3. huius.*

COROL. II.

PAriter, quoniam velocitates mediæ inter ſe ſunt in ſubduplicata ratione altitudinum; ſequitur, quantitates aquæ eſſe inter ſe in triplicata proportione eius, quæ eſt ſubduplicata altitudinum.

COROL. III.

EX his facilis conſurgit methodus inueniendi menſurã proportionalem abſtractam, ſiue proportionem, quã habent inter ſe aquæ fluentes per diuerſas ſectiones canalium horizontalium æqualis latitudinis. Si enim altitudines duarum ſectionum inuicem multiplicentur, & a producto extrahatur radix quadrata; erit proportio maioris perpendicularis ad radicem inuentam, ea, quam habet maior velocitas ad minorem, ſiue maxima, ſiue media; cuius termini ſi cubentur; ideſt ſi multiplicentur in ſe, & productum denuo multiciplicetur per radicem; erit cuborum proportio eadem, ac aquarum eodem, vel æquali tempore fluentium; ſunt enim cubi velocitatum inter ſe; ſicuti & quantitates aquæ, in ratione triplicata velocitatum.

EXEMPLVM.

SIt altitudo perpendicularis AB pedes 25; altitudo verò perpendicularis BC pedes 9: inquirere opportet proportionem, quam habet aqua fluens per BC ad aquam fluentem æquali tempore per AB. Multiplicetur igitur 25 per 9, fietque productum 225, cuius radix quadrata 15; erit itaque proportio velocitatis BE ad velocitatum DB, vt 25 ad 15 (est enim 15 medius proportionalis inter 25, & 9) siue vt 5 ad 3. Si ergo BE supponatur esse 5; erit BD 3; & facto cubo primi termini 5, idest 125; & secundi 3, idest 27; erit proportio aquæ fluentis per AB ad aquam fluentem per CB, vt 125 ad 27. Hi autē numeri possunt dici Numeri cubici aquarum fluentium, quorum frequens erit vsus.

COROL. IV.

SI vero latitudines non sint æquales; altitudines verò æquales; plane constat quantitates aquarum esse inter se, vt latitudines; cilindrici enim essent in eadem basi, quoniam æqualium perpendicularium æquales sunt velocitates maximæ; & consequenter inter se, vt altitudines, idest latitudines sectionum.

COROL. V.

Caualér. Geom. lib. 2. pr. 34. corol. 4.

SI verò neque latitudines, neque altitudines sint æquales; quoniam omnes cilindrici habent inter se rationem compositam ex proportione basium, & ex proportione altitudinum; erit proportio aquæ ad aquam composita ex ratione, quam habet latitudo primæ sectionis ad latitudinem secundæ, & ex triplicata velocitatis mediæ in prima sectione ad velocitatem mediam in secunda sectione; Hinc

si fiant

si fiant cubi aquarum fluentium per vtramque sectionem, & cum eorum proportione componatur proportio latitudinum, quas habent sectiones; erit consurgens proportio eadem, ac aquarum: Vt si cubus primæ sectionis sit 125; secundæ verò 27; sitq; proportio latitudinis primæ sectionis ad latitudinem secundæ ea, quam habet 3 ad 1; fiat vt 3 ad 1, ita 27 ad 9; eritq; proportio 125 ad 9 ea, quam habet aqua fluens per primam sectionem ad aquam fluentem per secundam æquali tempore.

PROP. VI.

PArabolam terminatam ita secare per aliquam ordinatam axi, vt parabola tota ad abscisam datam habeat rationem.

Sit parabola ABD secanda per lineam ordinatam axi AD; ita vt parabola ABD ad parabolam abscisam ad verticem v.g. ACE eam habeat rationem, quam F ad H. *Fig. 24.*

Inter F, & H inueniantur duæ mediæ proportionales, quæ licèt geometricè haberi nõ possint per loca plana; saltem haberi poterunt per loca solida, & lineas organicas, atque etiam numeris per approximationem; sintque hæ rectæ G, I, & vt F ad G, ita fiat DB ad aliam v.g. CE; fiatque vt quadratum DB ad quadratum CE, ita BA ad AC, & per C applicetur CE ordinata, quæ pertinebit ad parabolam. Dico parabolam ABD per lineam CE ita esse sectã, vt ad parabolam ACE eandem habeat rationem, quam F ad H.

Quoniam enim parabola ABD ad parabolam ACE rationem habet triplicatam eius, quam habet BD ad CE; est autem BD ad CE, vt F ad G; erit proportio parabolæ ABD ad parabolam ACE, triplicata eius, quam habet F ad G; sed etiam proportio F ad H triplicata est eius, quam habet F ad G; ergo parabola ABD ad parabolam ACE est, vt F ad H. Quod &c.

SCHOL.

SI verò parabola ACE augenda eſſet iuxta rationem datam H ad F, quod ſæpius in menſura aquarum contingere poteſt; inuentis, vt ſupra, duabus medijs proportionalibus I, G, & producto axe AC indeterminatè, fiat vt H ad I, ita EC ad aliam v.g. BD, & vt quadratum CE ad quadratum BD, ita fiat AC ad AB, & puncto B applicetur BD ordinata, quæ ad parabolam pertinebit, ſunt enim quadrata CE, BD inter ſe, vt AC, AB; quare continuata linea parabolica AE, tranſibit per B, eritque parabola CAE ad parabolam ABD, vt H ad F, quod facilè eadem methodo demonſtrari poteſt, per aſſumpta in propoſitione ſuperiori.

SCHOL. II

ET, ſi ſecanda eſſet parabola ita, vt parabola abſciſa ad verticem ad ſpatium parabolicum reſiduum datam rationem haberet, v.g. F ad H, facilè ex ſupra demonſtratis fieri poſſet; diuiſa enim parabola ABD ita, vt tota ABD ad abſciſam ACE eam habeat rationem, quam F, vnà cum H, ad F, factum erit, quod quæritur, cum enim parabola ABD ad parabolam ACE ita ſit, vt FH ad F; erit diuidendo, vt ſpatium CBDE ad parabolam ACE, ita H ad F, ſiue vt parabola ad ſpatium, ita F ad H.

PROP. VII.

DAta quantitate aquæ fluentis in canale horizontali per ſectionem datæ altitudinis, & latitudinis, & latitudine alterius ſectionis; inuenire altitudinem eiuſdem aquę in ſecunda ſectione.

Sit

Sit ſectio canalis horizontalis CE, cuius latitudo DE, altitudo DC; ſitque data GH latitudo alterius ſectionis in eodem, vel eiuſdem generis Canale; opportet inuenire altitudinem, quam faciet aqua fluens per ſectionem CE, in ſectione FH. *Fig. 28. & 29.*

Quoniam quantitas aquæ fluentis per vtramque ſectionem eadem eſt; erunt etiam complexus velocitatum vtriuſque ſectionis inter ſe æquales. Sit itaque complexus velocitatum ſectionis CE, cilindricus CEI; ſecundæ vero ſectionis FH, cilindricus FHK. Et quoniam cilindrici ęquales reciprocant baſes & altitudines; erit vt parabola CDI ad parabolam FGK, ita GH ad DE; ſed proportio GH, ad DE eſt data, ergo etiam proportio parabolæ CDI ad parabolam FGK data erit; ſecetur ergo parabola CDI, ita vt parabola CDI, (quæ data eſt, quoniam data altitudo CD) ad parabolam CLM eandem habeat rationem, quam parabola CDI ad parabolam FGK; ſitque ſemiordinata ſecans, recta LM; erit ergo parabola CLM eadem, ac parabola FGK, & conſequenter CL erit æqualis FG altitudini quæſitæ. Quod &c. *Cauat. Geom. lib. 2. prop. 34. corol. 4.*

COROLLARIVM.

ET quoniam datur proportio CD, ad CL; dabitur etiã eius ſubduplicata DI ad GK, ideſt proportio velocitatum maximarum, vel mediarum.

COROL. II.

EX progreſſu huius demonſtrationis conſtat, quòd ſi, loco latitudinis GH in ſecunda ſectione, daretur altitudo FG; poſſet inueniri tam proportio velocitatum, quàm latitudo ſecundæ ſectionis; data enim proportione altitudinum, datur proportio velocitatum, quæ ſi lineis experimã-

tur vt DI; GH ex multiplicatione 2 tertiarũ vtriusque cum sua altitudine, seu axe, habebitur mensura vtriusque parabolæ; quare & dabitur proportio parabolæ FGK ad parabolam CDI, sed vt parabola FGK ad parabolam CDI, ita DE latitudo primæ sectionis ad GH latitudinem secundæ; est autem DE data; ergo etiam GH data erit.

COROL. III.

Similiter, si loco latitudinis, vel altitudinis secundæ sectionis, detur proportio velocitatum mediarum, vel maximarum vtriusque sectionis inter se; dabuntur, & altitudo, & latitudo secundæ sectionis. Si enim fiat, vt quadratum velocitatis primæ sectionis ad quadratum velocitatis secundæ, ita CD altitudo primæ sectionis ad FG; hæc erit altitudo secundæ, qua cognita, per corollarium antecedens, manifestabitur latitudo.

COROL. IV.

EX contextu demonstrationis apparet, quòd cum parabola CDI ad parabolam FGK habeat rationem reciprocam latitudinum GH, DE; sit autem proportio parabolarum CDI, FGK triplicata eius, quam habet DI ad GK; sequitur latitudines esse in proportione reciproca triplicata velocitatum; & consequenter velocitates medias diuersarum sectionum eiusdem canalis horizontalis, esse inter se in proportione reciproca subtriplicata latitudinum, siue, vt radices cubicæ latitudinum reciprocè.

PROP. VIII.

DAtis duobus canalibus horizontalibus notæ altitudinis, & latitudinis, quorum vnus influat in alium, inueni-

uenire altitudinem, quam addet canale influens, primæ altitudini alterius.

Sit sectio Canalis influentis AC notæ altitudinis viuæ AB, & latitudinis BC; sectio verò secundi recipiētis sit DE, cuius altitudo viua cognita sit DF, eiusquè latitudo FE, oportet inuenire altitudinem, quam addet aqua sectionis AC, altitudini sectionis DE; si vtraque aqua simul fluat per sectionem HE. Fig. 30.

Inter AB, DF inueniatur media proportionalis G; eritque, per corollarium 5 prop. 5, proportio aquæ AC ad aquam DE composita ex triplicata eius, quam habet AB ad G, & eius, quam habet BC ad FE; nota ergo erit proportio aquarum AC, DE; quare si aqua AC intelligatur addita aquæ DE; ita vt simul sectionem efficiant HE; erit nota proportio aquæ HE, ad DE. Itaque, cum quantitates aquę sint inter se in proportione triplicata velocitatum mediarum; erunt velocitates mediæ inter se in proportione subtriplicata quantitatum aquarum, siue vt radices cubicæ earumdem quantitatum. Sint igitur huiusmodi radices cubicæ KM; ergo vt M ad K, ita velocitas media aquæ DE ad velocitatem mediam aquæ HE; sed velocitates mediæ inter se sunt in proportione altitudinum subduplicata, & altitudines inter se in proportione duplicata velocitatum; ergo si tertia addatur proportionalis N; erit proportio M ad N, siue proportio quadrati M ad quadratum K ea, quam habebit altitudo FD ad altitudinem FH; ideoque erit excessus DH augmentum altitudinis quæsitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Altitudo HD intelligitur pro excessu secundę altitudinis FH supra primam FD, ante ingressum aquæ AC; non verò pro altitudine, sub qua fluit aqua AC in se-

ctio-

ctione HE; huius enim inueniendæ methodus alia est.

COROLLARIVM.

EX ſerie inuentionis exceſſus HD, liquet methodus inueniendi conuerſum problematis, videlicet; Data altitudine viua, quam facit aqua influens canalis horizontalis in alium canalem horizontalem notæ altitudinis, & latitudinis, inuenire proportionem aquę influentis ad aquam canalis, in quem influit.

COROL. II.

ET, ſi canalis influentis vlterius nota ſit latitudo, inuenietur eiuſdem altitudo viua, & ſi altitudo nota fuerit inuenietur latitudo.

COROL. III.

QVod de augmento altitudinis dictum eſt, valet etiam de decremento, mediante exitu aquæ, vel efluxu a canale horizontali; hinc data proportione aquæ efluentis ad reſiduam, dabitur decrementum altitudinis, & dato decremento altitudinis, dabitur proportio aquę efluentis ad reſiduam; hinc ſi aqua efluens notæ fuerit quãtitatis, pariter nota erit quantitas reſiduæ, & vtriuſque ſimul.

COROL. IV.

SImiliter, quod dictum eſt de influxu, & efluxu aquæ per alios canales horizontales, valet etiam de augmento canalis quomodocumque facto, vel per pluuias, vel per maiorem fontium, lacuum &c. turgentiam, vt per ſe patet.

Se-

PROP. IX.

SEctionem quamcumque canalis horizontalis, ita diuidere, vt partes aquam profundant in data ratione.

Sit sectio AD, cuius altitudo AB: opportet eam diuidere v.g. in tres partes AH, EI, FD; ita vt aqua per AH ad aquam per EI habeat rationem, quam habet L ad M; aqua verò per EI ad aquam per FD sit, vt O ad P. *Fig. 31.*

Fiat, vt O ad P, ita M ad N, & intelligatur L aqua trãsiens per AH; erit ergo M aqua transiens per EI, & N trãsiens per FD; ideoque tota LN erit aqua transiens per integram sectionem AD. Deinde axi AB describatur parabola BAK; & diuidatur, per corollarium secundum prop. 6, in partes habentes proportionem, quam habet L ad M, & M ad N, sintque AEG, EFXG, FBKX; sitque diuisio facta per semiordinatas EG, FX, quæ occurrant axi AB in punctis E, F, per quæ ducantur EH, FI parallelæ vtrilibet linearum AC, BD. Dico, aquam per AH ad aquam per EI, habere eam proportionem, quam L ad M; aquam vero per EI ad aquam per FD habere eam proportionem, quam habet M ad N, siue O ad P.

Quoniam enim AEG, EFXG, FBKX sunt complexus velocitatum aquarum fluentium per partes perpendicularis AE, EF, FB; erunt per constructionem complexus velocitatum segmentorum AE, EF, FB inter se, vt L, M, N, sed in sectionibus æqualis latitudinis complexus velocitatum inter se sunt, vt quantitates aquarum; est vero eadem, vel æqualis latitudo sectionum AH, EI, FD; ergo quantitates aquarũ per AH, EI, BD erunt inter se, vt L, M, N. Quod &c. *Prop. vltim. 1. huius.*

Ex

COROLLARIVM.

EX hac propoſitione conſtat, quòd ſi detur proportio aquæ canalis influentis ad aquam canalis recipientis, de quibus prop. 8; poterit inueniri altitudo, ſub qua fluit aqua canalis influentis, vel alia ipſi mole æqualis in ſuperiori parte ſectionis, de qua in ſcholio propoſitionis 8. Si enim diuidatur parabola iuxta proportionem aquæ influẽtis ad aquam canalis recipientis; erit axis parabolæ abſciſæ ad verticem, v.g. AE altitudo quæſita; hæc autem neceſſariò, in canalibus horizontalibus ſemper maior eſt exceſſu altitudinis auctæ ſupra primam; eo quòd, aucta altitudine, augetur etiam velocitas aquæ inter E, & B, & altitudo minuitur in proportione velocitatis auctę, decrementum verò primæ altitudinis reparatur ab altitudine AE, quæ quia ſemper eo maior eſt; efficit exceſſum, de quo propoſitione 8. Vide notata ad propoſitionem 10 libri primi.

PROP. X.

DAta perpendiculari, ſiue altitudine viua alicuius ſectionis, & latitudine eiuſdem in canale horizontali; inuenire quantitatem aquæ abſolutam, & determinatam tranſeuntem dato tempore per datam ſectionem.

Fig. 24. Sit data altitudo viua AB in aliqua ſectione canalis horizontalis: opportet inuenire quantitatem aquę abſolutã, ideſt in menſura determinata fluentem, dato tempore, per ſectionem, cuius eſt perpendicularis AB.

Inueniatur, per prop. 3. huius libri, in AC centrum velocitatis mediæ, quod ſit C; erit ergo AC 4 nonę partes totius AB; & quoniam tota AB v.g. pedum 9 eſt data, etiam AC data erit pedum 4. Per propoſitionem igitur 10 libri 2, ſiue per tabulam ſuo loco exhibendam, cum ad exquiſitam trutinam

tinam

tinam eam redegerimus, inueniatur ſpatium debitum velocitati aquæ ſub altitudine AC; quę ſupponatur eſſe v.g. pedes 120 in vno minuto; erit ergo CE pedes 120, quæ, ſi multiplicetur per totam AB pedes 9, productum 1080 erit menſura parabolæ BAD, ſiue rectanguli ſub BA, CE contenti, quod ſi denuo multiplicetur per latitudinem ſectionis, v.g. pedum 10, ſolidum indè conſurgens 10800 erit quantitas aquę fluentis vno minuto per datam ſectionem in pedibus cubicis. Idem euenit, ſi area ſectionis multiplicetur per ſpatium debitum velocitati. Conſtat autem ex dictis hanc eſſe veram menſurã; quia ſi omnes partes aquæ exiſtentes in ſectione, vel perpendiculari AB, ferrentur velocitate CE apta percurrere vno minuto pedes 120; conſurgeret indè priſma rectum, cuius baſis ſectio data, & longitudo pedes 120; huius autem priſmatis ſoliditas habetur per multiplicationem ad inuicem trium dimenſionum. Quare &c.

COROLLARIVM.

ET quoniam, per propoſitionem 5, datur proportio aquarum fluentium per datas ſectiones canalium horizontalium; ſequitur, quòd ſi menſura aquæ ſit exactè determinata in vna ſectione, quod etiam experimento particulari ſæpiùs repetito haberi poteſt; ſequitur inquam, quòd in altera quacumque ſectione, haberi poſſit præcisè determinata: vt ſi ſupponatur quantitas aquæ fluens vno minuto temporis per ſectionem, cuius AB eſt perpendicularis, eſſe 10800 pedes cubicos; ſitque proportio cubi aquæ in hac ſectione ad cubum aquæ in altera ſectione, vt 1 ad 27; fiet per regulam auream, vt 1 ad 27, ita 10800 ad 291600; eritque hic numerus pedum cubicorum fluentium vnico minuto temporis per ſecundam ſectionem.

Finis Libri Tertij.

V. D. Fulgentius Orighetus Cler. Reg. S. Pauli, & in Metropol. Bonon. Pœnitent. pro Illustrissimo, & Reuerendissimo D. D. Iacobo Boncompagno Archiepiscopo, & Principe.

Pro Reuerendissimo P. Inquisitore prædictum Opus attento animo legi, & nihil inueni, quod impressionem impediat.

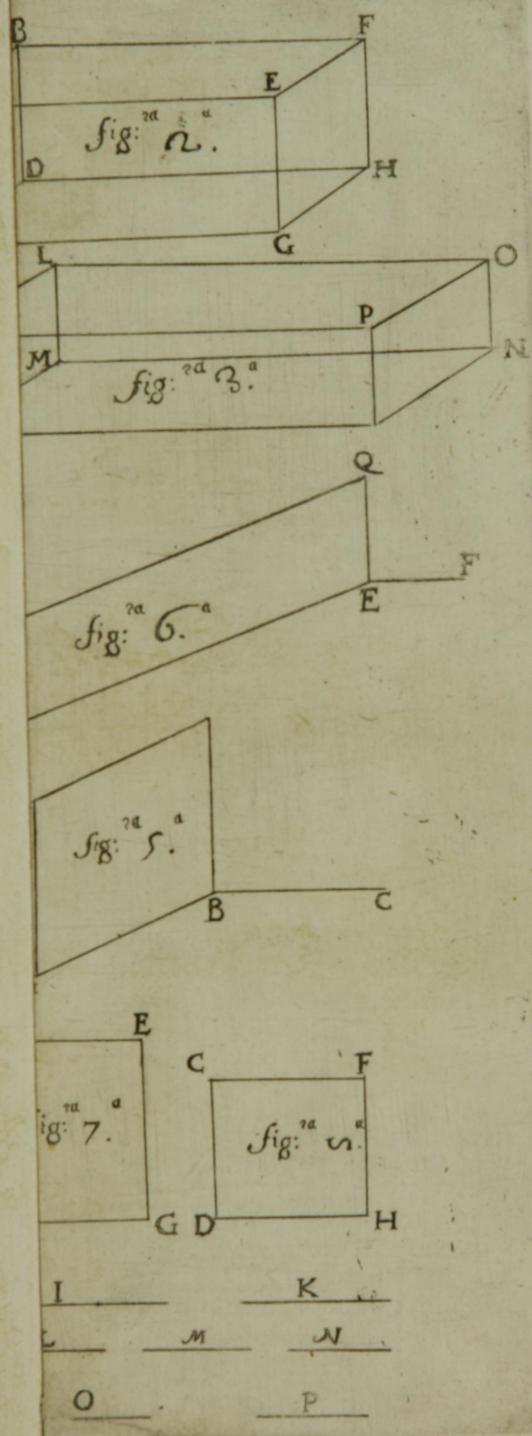
Ego Io. Hieronymus Sbaraglia &c.

Stante Attestatione

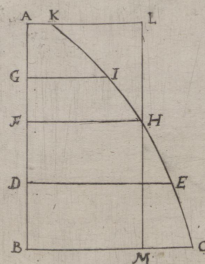
Imprimatur.

Vicarius Generalis S. Officij Bononiæ.

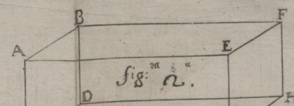
A



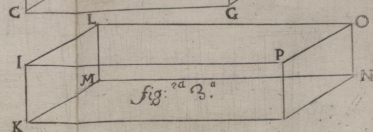
A



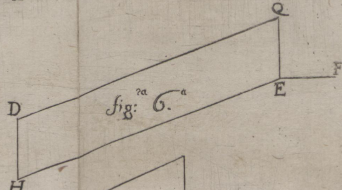
A K L
G I
F H
D E
B M C



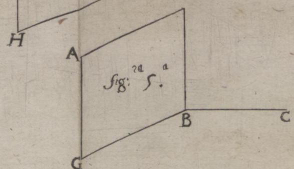
A B F E
D H
C G



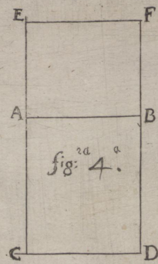
L O
I P
M N
K



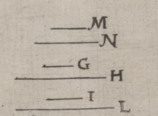
Q
E F
D
H



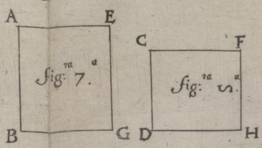
A
B C
G



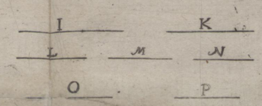
E F
A B
C D



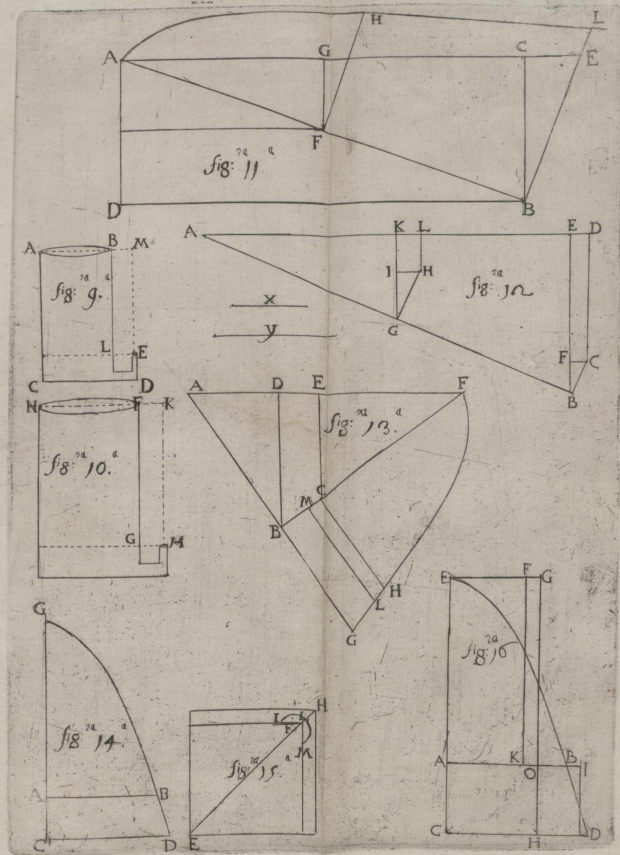
M
N
G
H
I
L

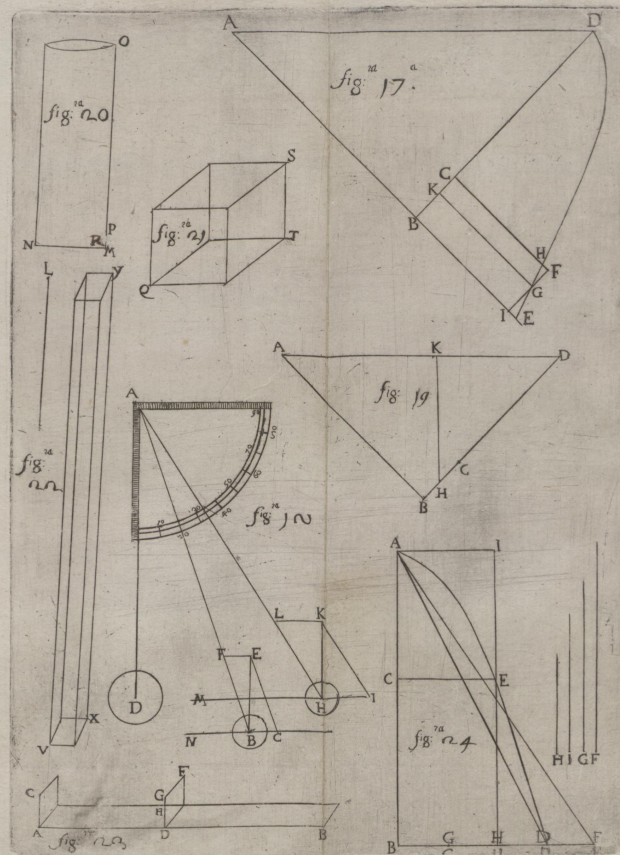


A E
C F
B G D H

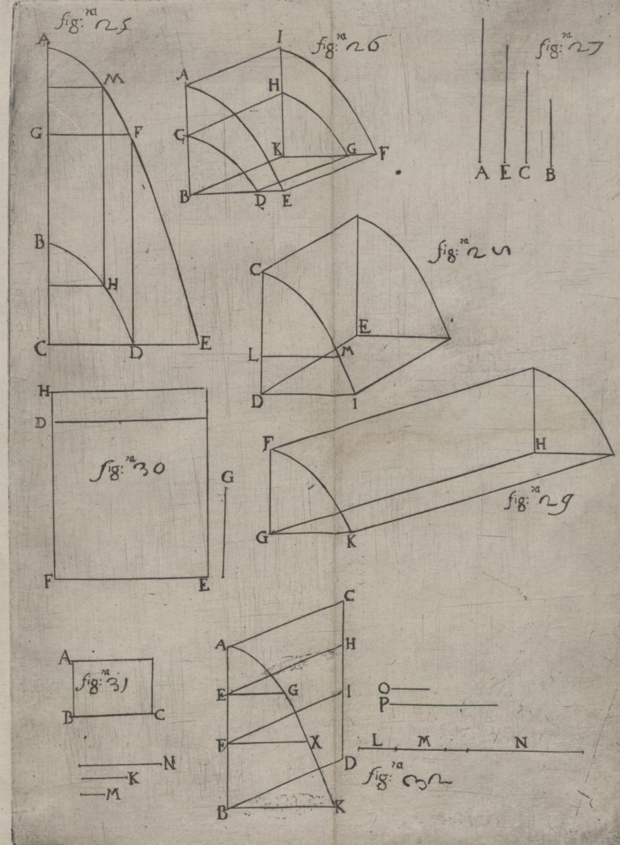


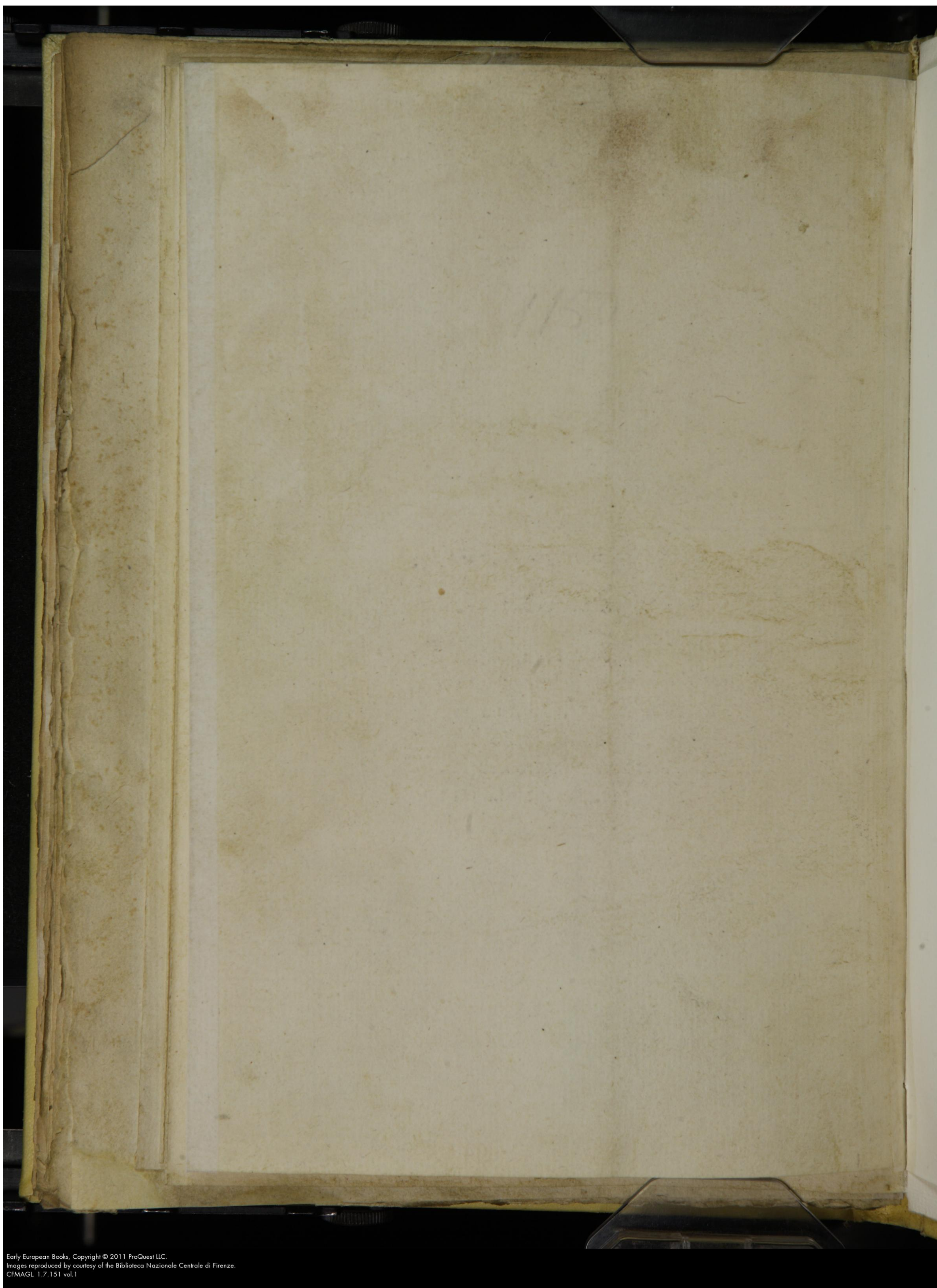
I K
L M N
O P


fig: 11
fig: 9
fig: 12
x
y
fig: 10
fig: 13
fig: 16
fig: 14
fig: 15


fig: 17.
fig: 20
fig: 21
fig: 22
fig: 19
fig: 18
fig: 24
fig: 23


1150


fig: 25
A M G F B H C D E
fig: 26
I A H G K G F B D E
fig: 27
A E C B
fig: 28
C E L M D I
fig: 30
H D F E G
F H
fig: 29
G K
fig: 31
A B C
N K M
C A H E G I F X D B K
O P
L M N
fig: 32




Restauro del Libro
Badia
di
Cava